DEVOIR DE MATHS

Niveau : 7D	*Durée :4H*	*Proposé le 30 avril 2017 de 8h à 12h*

Exercice 1 (3 points)

Pour chaque question ci-après ; une seule réponse est exacte

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La suite de terme général $\left(\frac{e}{2}\right)^n$ est :	décroissante	croissante	convergente
2	(V_n) est une suite Arithmétique de raison r et de valeurs positives alors la suite $U_n = e^{V_n}$ est :	géométrique	arithmétique	ni géométrique ni, arithmétique
3	Si $S = 1+2+2^2+...+2^{2017}$ alors :	$1-2^{2018}$	$2^{2018}-1$	$2^{2016}+1$
4	(U_n) est une suite arithmétique telle que $U_0 = 13$ et de raison r $U_0+U_1+\ldots+U_n = -2867$. Alors:	$\begin{cases} n=40 \\ r=-2 \end{cases}$	$\begin{cases} n=60 \\ r=2 \end{cases}$	$\begin{cases} n=60 \\ r=-2 \end{cases}$
5	Toute suite strictement décroissante est	convergente	majorée	minorée
6	Si (W_n) est une suite définie sur $N^{\wedge}$ telle que ; $\ln\left(e-\frac{1}{n}\right) \leq W_n \leq 1+\frac{e}{n}$ alors :	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = +\infty$

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-dessous en choisissant la bonne réponse

N° Question	1	2	3	4	5	6
Réponses						

Exercice 2 (5 points)

Pour tout nombre complexe z on note : $P(z) = z^3 - z^2 + 2$.

1.a) Calculer P(-1).

b) Déterminer les réels a et b tels que : $P(z) = (z+1)(z^2+az+b)$

c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $P(z) = 0$.

On note $z; z'$ et z'' les solutions avec $\mathrm{Im}(z'') \leq \mathrm{Im}(z') \leq \mathrm{Im}(z)$. Ecrire les nombres z, z', z'' sous forme trigonométrique

2) Le plan complexe est rapporté a un repère orthonormé direct $(O\,;\vec{u};\vec{v})$.

Soient les points A ;B ;C et D d'affixes respectives :

$z_A = z'+2+i; z_B = -z''; z_C = -z'$ et $z_D = 3$.

a) Placer les points A ;B ;C et D dans le repère

b) Comparer l'affixe de $\overrightarrow{AB}$ a celle de $\overrightarrow{DC}$. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

c) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $|z-3| = |z+1-i|$

3) Pour tout entier naturel n on note $z_n = (z_A+1+i)^n$ et soit M_n le point d'affixe z_n

a) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels z_n est réel

b) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a : $OM_n \geq 2017$.

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=e^{-x}+2x+1$.

(C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.(l'unité 2cm)

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x+1)\right)$ interpréter graphiquement

b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ interpréter graphiquement

2) a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe .

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Représenter la courbe (c) de f .

b) Calculer en cm^2 l'aire de la partie du plan limitée par (C) ,son asymptote oblique et les deux droites d'équation x=0 et x=1.

4) Soit g la fonction définie par : $g(x) = lnf(x)$

a) Déterminer le domaine de définition de g

b) Dresser le tableau de variation de g.

5) On définie les suites (U_n) et (V_n) pour tout entier naturel n par : $U_n = e^{-2n}$ et $V_n = 4n+1$.

a) Montrer que la suite (U_n) est géométrique décroissante.

b) Montrer que la suite (V_n) est arithmétique croissante.

c) Les suites (U_n) et (V_n) sont-elles adjacentes. Justifier votre réponse

6) Pour tout entier naturel n on pose : $S_n = f(0)+f(2)+f(4)+\ldots+f(2n)$.

a) Calculer S_n en fonction de n

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n^2}$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=2x\ln x-x-1;\ x>0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$

(C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) a) Etudier la continuité de f à droite de 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0 .interpréter graphiquement.

2) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x>0$.

b) Montrer que la courbe (C) de f admet au point d'abscisse $\frac{1}{\sqrt{e}}$ une tangente horizontale.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3)a) Montrer que l'équation f(x)=0 admet dans $[0\ ;+\infty[$ une unique solution $\propto$ et que $2<\propto<2.1$.

b) Tracer la courbe (C).

4) On considère la fonction g définie par $g(x) = x^2lnx$.

a) Vérifier que pour tout $x>0$, g'(x)= f(x) +2x+1.

b) En déduire la primitive F de f sur $]0\ ;+\infty[$ telle que F(1)=0.

5) Pour tout $n\geq 1$. On pose : $U_n=\int_1^{\frac{1}{n}} f(x)\,dx$.

a) Interpréter U_n graphiquement.

b) Démontrer que la suite (U_n) est croissante.

c) Exprimer U_n en fonction de n et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

Fin.