Commentaire : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair.*
Bonne chance …

Composition de fin d'année
2016–2017

- Durée 2 heures
- Date : 26.05.2017

EPREVE DE MATHEMATIQUE

Barème :

Ex1: 4 pts **Ex2:** 6 pts **Ex3:** 6 pts

Ex4: 4 pts

Exercice 1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé . Pour tout réel k, on note C_k l'ensemble d'équation :

$$x^2 + y^2 - 2kx + 2x + 2ky + 6y - 10 = 0$$

1) Déterminer les ensembles C_0 , C_1 et C_2 .

2) Démontrer que pour tout réel k, C_k est un cercle.

Déterminer les coordonnées (x_k ; y_k) du centre I_k de C_k et calculer son rayon r_k (... C'est l'occasion de vérifier la question 1 !)

3) Quel est l'ensemble des points I_k lorsque k décrit $\mathbb{R}$?

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Déterminer trois réels a, b et c tels que, pour tout réel x différent de 3 , $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-3}$

b) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition, puis justifier que C admet une asymptote verticale d et une asymptote oblique d'.

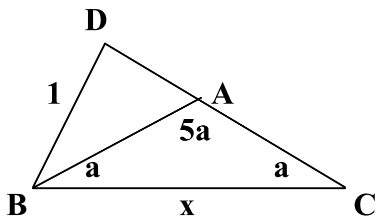
c) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

d) Etudier la position de C par rapport à d'

e) Tracer d, d' et C .

Exercice 3 :

Sur la figure ci-contre, les triangles ABC et CBD sont isocèles ; BD = 1 ; BC = x ; $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = a$ et $\widehat{BAC} = 5a$.



1. **Donnez une valeur de a en radian.**
2. **Déterminer une mesure de chacun des angles $\widehat{BAD}$, $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ABD}$ en fonction de a.**
3. **Calculez AB et AC en fonction de x.**
4. **En utilisant la règle des sinus, établir que $\dfrac{\sin(3a)}{x} = \sin a$ et que $\dfrac{\sin(3a)}{x-1} = \sin(2a)$**
5. **En utilisant 3a = 2a + a , établir que $\sin(3a) = \sin(a) \times (4\cos^2 a - 1)$**
6. **En déduire que $x = 4\cos^2 a - 1$ et que $1 - x = \dfrac{4\cos^2 a - 1}{2\cos a}$**
7. **Démontrer que finalement $\cos\dfrac{\pi}{7}$ est solution de l'équation $8x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0$.**

Exercice 4 :

ABC est un triangle rectangle en A, O est le milieu du segment [BC] et H le projeté orthogonale de A sur la droite (BC).

1) Montrer que les longueurs BH, AH et CH dans cet ordre sont des termes consécutifs d'une suite géométrique.

2) Montrer que pour tout point M de [BC] ,
les longueurs MB , AO et MC dans cet ordre sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique.

3) a et c sont des longueurs de deux segments donnés.
Construire un segment de longueurs b tel que les longueurs a , b et c dans cet ordre sont des termes consécutifs d'une suite géométrique.

Prof: M^{ed}.Salem / Béye

…Fin…

Avec nos souhaits de réussite