ECOLES PRIVEES ERRAJA

Ingénierie de la réussite

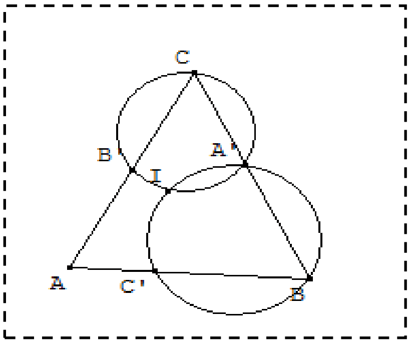
مدارس الرجاء الحرة

هندسة النجاح

Classe : 6C	2^{er} Composition en Maths	Durée : 3heurs

Exercice 1(3.5pts)

ABC un triangle A', B' et C' sont trois points appartiennent respectivement à (BC), (CA) et (AB) les cercles circonscrits respectivement au triangle BA'C' et CB'A' se recoupent en I



1°)Démontrer les égalités suivantes :

$2\left(\overrightarrow{IB'};\overrightarrow{IA'}\right) = 2\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$;

$2\left(\overrightarrow{IA'};\overrightarrow{IC'}\right) = 2\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)$;

$2\left(\overrightarrow{IB'};\overrightarrow{IC'}\right) = 2\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$

2°) En déduire que les points A ; B' ; C' et I sont cocyclique

Exercice 2(6pts)

Dans le plan P on considère le triangle ABC , non équilatéral .On pose :
$BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$. *O désigne le centre du cercle circonscrit ; G son centre de gravité et H son orthocentre A' , B' et C' les milieux respectifs des segments* $[BC]$; $[AC]$ *et* $[AB]$.

1°) On définie le point N par : $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

a) *Montrer que N et H sont confondus*
b) *Montrer que O,G et H sont alignés*

2°) On considère le vecteur $\vec{u} = a^2\overrightarrow{BC} + b^2\overrightarrow{CA} + c^2\overrightarrow{AB}$

a) *Montrer que :* $\vec{u} = (a^2 - b^2)\overrightarrow{AC} + (c^2 - a^2)\overrightarrow{AB}$
b) *En déduire que :* $\vec{u} \neq \vec{0}$

3°) Pour tout point M du plan on pose :

$f(M) = a^2\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{MA'} + b^2\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{MB'} + c^2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MC'}$

a) *Déterminer f(O)*
b) *Montrer que :* $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{GA'} = \frac{1}{6}(b^2 - c^2)$ *;calculer de même les produits scalaires* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{GB'}$ *et* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{GC'}$ et en déduire f(G
c) *Montrer que :* $f(M) = \overrightarrow{MO}.\vec{u}$
d) *Déterminer l'ensemble des points M tels que : f(M)=0*

Déterminer f(H)

Exercice 3(4pts)

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{2-x}, x \leq 2 \\ f(x) = x - 1 - \frac{2}{x} \quad , x > 2 \end{cases}$$
et (C)sa courbe dans repère O.N

1- *Déterminer* D_f
2- a) *Etudier la continuité et la dérivabilité de f au point 2*
b).*Interpréter graphiquement le résultat*
3- a) *Etudier la branche infinie de (C) en* $-\infty$
b) *Vérifier que (C) admet une asymptote oblique en* $+\infty$
4- a) *Dresser le tableau de variation de f*
b) *Donner l'équation de la tangente de (C) en son point d'abscisse 0.*
Tracer la courbe (C)

Exercice 4(5.5pts

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-2x^2+3x}{x-1}$;
C_f *sa courbe représentative dans repère orthonormé*

1) *Déterminer* D_f *et Calculer les limites aux bornes de* D_f *et interpréter .*
2) a) *Déterminer les réels a ;b et c tel que*
$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$
b) *En déduire que* C_f *admet une asymptote oblique* (Δ)
c) *Etudier la position relative de* C_f *et* (Δ)
3) *Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation*
4) *Déterminer les coordonnées de points d'intersection de* C_f *avec les axes*
5) a) *Tracer* C_f *et ses asymptotes*
b) *Déduire la représentative graphique de la fonction* $g(x) = |f(x)|$
6) *Soit* (U_n) *la suite définie par :*
$$U_n = -2n + \frac{1}{n} - f(n) \quad pour \quad n > 1$$
a) *Calculer* U_2 *et* U_3
b) *On pose* $S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$;
Exprimer S_n *en fonction de n et calculer sa limite*
c) *Montrer que :* $\lim_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n} = -1$

Bonne chance