

Composition du 2^{ém} Trimestre
Epreuve de Mathématiques

Exercice 1: (4 points)

Soit $f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 6$, $g(x) = x^2 - 2x - 4$ et $h(x) = f(x) - g(x)$.

- 1) a) Calculer $f(2)$ et $g(2)$.
 b) En déduire une racine de h .
- 2) a) Factoriser $h(x)$.
 b) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
- 3) Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$.

Exercice 2: (5 points)

Soit P le polynôme défini par $P(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x + 2$

- 1) a) Montrer que $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$ sont deux zéros du polynôme P .
 b) Déterminer le polynôme Q tel que, pour tout réel x , on a $P(x) = (x^2 - 2)Q(x)$.
- 2) Soit f la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{3x}{x^4 - 4} + \frac{1}{P(x)}$
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de f puis simplifier $f(x)$.
 - b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 3: (4 points)

Soit un triangle ABC (tel que \widehat{BAC} est un angle aigu) inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R . On pose $BC = a$, $AB = c$, $AC = b$ et $\widehat{BAC} = \hat{A}$.
 On note D le point diamétralement opposé au point B .

- a) Démontrer que $\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R$
- b) Prouver que l'aire du triangle ABC est : $S = \frac{abc}{4R}$.

Exercice 4: (4 points)

A et B sont deux points tel que $AB = 2$.

On considère le barycentre G de $(A, 3)$ et $(B, 1)$

- a) Construire le point G . Calculer GA et GB .
- b) Pour tout point M du plan, exprimer $3MA^2 + MB^2$ en fonction de MG^2
- c) Déterminer l'ensemble E des points M tels que $3MA^2 + MB^2 = 4$
- d) Vérifier que A appartient à l'ensemble E .

Exercice 5: (3 points)

AOI est un triangle équilatéral direct tel que : $(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AI}) = \frac{\pi}{3}$,

les triangles OIJ et IBA sont rectangles isocèles directs respectivement en O et en I

- 1) Calculer la mesure de chacun des angles géométriques : \hat{JAO} , \hat{OAI} et \hat{IAB} .
- 2) a) Déduisez-en une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AJ}; \overrightarrow{AB})$
 b) Que pouvez-vous dire des points A, B, J ?
 fin