Série d'exercices :

Exercice 1 :

Soit la fonction polynôme P définie sur IR par

$$P(x) = -3x^2 - 3x + 60.$$

1/ Quelles sont les racines de P ? (justifier la réponse)

2/ a) Donner le tableau de signes de P(x).

b) Résoudre dans IR l'inéquation P(x) < 0.

3/ Donner P(x) sous forme factorisée.

4/a) Donner les coordonnées du point d'intersection de la courbe de P et de l'axe des ordonnées.

b) Donner les coordonnées du ou des points d'intersection de la courbe de P et de l'axe des abscisses.

5/ a) Donner les coordonnées du sommet S de la parabole représentant P.

b) Compléter le tableau de valeurs suivant

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
P(x)												

c) Représenter graphiquement la courbe de P sur l'intervalle [- 6 ; 5] , on fera apparaître les points induits par les questions précédentes et on choisira une échelle adaptée en ordonnée.

d) En déduire le tableau de variation de P.

6/ Donner P sous forme canonique.

Exercice 2 :

a) Démontrer que l'équation $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 18 = 0$ est celle d'un cercle C . Déterminer les coordonnées de son centre et son rayon.

b) Démontrer que les points A (3 ; 5) et B (5 ; –1) appartiennent au cercle C .

c) Déterminer une équation de la tangente en A , puis une équation de la tangente en B au cercle C .

d) Déterminer les coordonnées de T le point d'intersection de ces deux tangentes.

Exercice 3 :

Soit A(-2 ; 1) et B(4 ; -2) deux points du plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. On note (C) l'ensemble des points M(x ; y) du plan tels que : $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$ (Faire la figure)

1°) Déterminer l'ensemble des points M de (C).

2°) Déterminer une équation de la droite (AB).

3°) Déterminer les points d'intersection I et J de (AB) avec (C).

4°) Déterminer une équation de la tangente à (C) au point K(2 ;-1).

Exercice 4 :

a) Résoudre les équations ci-dessous et placer leurs solutions sur un cercle trigonométrique.

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad \cos(2x) = \cos(\pi + 3x) \quad ; \quad \sin 3x = \cos(x + \pi) \quad ; \quad \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

b) Donner les valeurs exactes de : $A = \dfrac{\cos\left(-\frac{11\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)}{\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{17\pi}{6}\right)}$

Exercice 5 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct. $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Donner les coordonnées cartésiennes des points de coordonnées polaires suivantes :

$A\left(2 ; \frac{5\pi}{6}\right)$; $B\left(\sqrt{2} ; \frac{\pi}{4}\right)$ et $C\left(1 ; -\frac{\pi}{2}\right)$.

2. Donner les coordonnées polaires des points de coordonnées cartésiennes suivantes :

$E\left(-\frac{1}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $F\left(\sqrt{2} ; -\sqrt{2}\right)$.

3. Calculer : $A = \cos\frac{3\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8} + \cos\frac{25\pi}{8}\sin\frac{11\pi}{8}$

Prof : M[ed].Salem / Béye

Série d'exercices :

Exercice 6 :

a) Résoudre dans $]-\pi\,;\pi\,]$, l'équation suivante $\cos 4x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Résoudre dans $\left[\,0\,;\frac{\pi}{2}\,\right]$ l'inéquation suivante : $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 7 :

On considère le polynôme P défini par :

$P(x) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x - \frac{3}{2}$.

1/ Trouver une racine évidente de P.
2/ Factoriser P(x).
3/ Résoudre dans IR l'équation P(x) = 0.
4/ En déduire les solutions de l'équation :

$\sin^3 x + \frac{5}{2}\sin^2 x - 2\sin x - \frac{3}{2} = 0$.

Exercice 8 :

Soit P un polynôme de degré 4.
On pose $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ où a, b, c, d et e sont des nombres réels.
1/ Sachant que : le terme constant de P vaut 10
il n'y a pas de monôme de degré 2
$P(1) = 24$
$P(-1) = 0$
$P(2) = 0$

– Trouver a, b, c, d et e; écrire alors P(x).

2/ a) Calculer $P(-1)$.
b) Démontrer que $P(x) = (x + 1)\,Q(x)$ où Q est un polynôme de degré à déterminer.
c) Soit $Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des réels (différents de ceux de la question 1).

– Trouver a, b, c et d; écrire alors Q(x).

3/ a) Vérifier que $Q(x) = 2(x-2)(x+½)(x-5)$
b) Donner les racines de Q.
4/ a) Déduire de la question précédente la factorisation en facteurs de degré 1 de P(x).
b) Résoudre l'équation P(x) = 0.
c) Donner les racines de P. Qu'est ce que cela signifie pour la représentation graphique de P ?
d) Etablir le tableau de signes de P(x).
e) Résoudre l'inéquation suivante : P(x) < 0. Qu'est ce que cela signifie pour la représentation graphique de P ?

Exercice 9 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{(1-x^2)^2}{1+x^2}$.

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Démontrer que f est une fonction positive sur IR.
3. Etudier la parité de la fonction f.
4. Tracer soigneusement la représentation graphique Cf de la fonction f.
5. Donner par lecture graphique la valeur du maximum de f sur :

a. l'intervalle [- 1;1].
b. l'intervalle [- 2;1].

6. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 1$.

Exercice 10 :

On considère les fonctions f, g, h définies sur IR par :
$f(x) = 3x - 1\ ;\ g(x) = x^2\ ;\ h(x) = 2x - 1$.
a. Donner l'expression algébrique de la fonction composée k=hofog .
b. Calculer l'image de -1;0 et 1 par la fonction k.
c .Calculer les antécédents de 27 par k.

Prof : M^ed.Salem / Béye

<u>*Série d'exercices :*</u>

<u>Exercice 11</u> :

On considère la fonction f définie sur IR par: $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

1. Montrer l'égalité des expressions algébriques suivantes : $x^2 - 6x + 5 = (x-3)^2 - 4$

2. On considère, désormais, la fonction f définie par $f(x) = (x-3)^2 - 4$.

a. f=hokom avec $m(x) = x - 3$; $k(x) = x^2$; $h(x) = x - 4$

b. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur chacun les intervalles $]-\infty; 3]$ et $[3; +\infty[$.

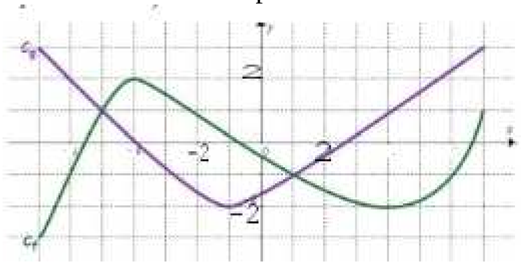
c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

d. En déduire la valeur minimale de f sur IR, en quel point est-elle atteinte?

e. Retrouver le résultat de la question d. à l'aide de l'expression algébrique de f.

<u>Exercice 12:</u>

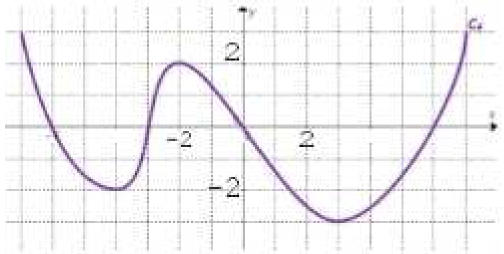
1. Considérons les courbes représentatives des fonctions f et g suivantes :



a. Résoudre $f(x) = g(x)$.

b. Résoudre $f(x) \leq g(x)$.

2. Considérons la courbe représentative de la fonction f suivante :



Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a. $f(x) = 0$.

b. $f(x) = 3$.

c. $f(x) \leq 0$.

<u>Exercice 13:</u>

Soit la fonction polynôme P définie sur IR par

$$P(x) = -3x^2 - 9x + 84.$$

1/ a)Quelles sont les racines de P ? (justifier la réponse)

b) Donner P(x) sous forme factorisée.

2/ a) Donner le tableau de signes de P(x).

b) Résoudre dans IR l'inéquation P(x) > 0.

3/ Donner le tableau de variation de P.

4/ a) Donner les coordonnées du point d'intersection de la courbe de P et de l'axe des ordonnées.

b) Donner les coordonnées du ou des points d'intersection de la courbe de P et de l'axe des abscisses.

5/ Donner un tableau de valeurs de P(x) pour x appartenant à [-7,5 ; 4,5] avec un pas de 1.

6/ Représenter la courbe de P sur [- 7,5 ; 4,5] , on fera apparaître les points induits par les questions précédentes et on choisira une échelle adaptée en ordonnée.

7/ Donner P(x) sous forme canonique.

Prof : M[ed].Salem / Béye