Série d'exercices n^0 :04

Exercice 1 :

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-5x + 3 = 0$; $2x + 5 = 0$

b. Etablir le tableau de signe des deux expressions précédentes.

Exercice 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $3x + 5 = 2x - 1$

2) $\dfrac{4x+1}{x-3} = 2$

3) $|x| = 6$

4) $|2x - 5| = |4x + 3|$

5) $x^2 - x - 1 = 0$

6) $\dfrac{1}{4}x^2 - 5x + 9 = 0$

7) $\dfrac{(-3x+1)(x+3)}{x-2} \geq 0$

8) $\dfrac{3x^2 - 5x - 8}{3x^2 + 5x - 8} < 0$

Exercice 3 :

Factoriser les polynômes suivants :

1) $A = (x + 5)(3 - 2x) + x + 5$

2) $B = 5x^3 - 5x^2 + x - 1$

3) $C = 4x^2 - 12x + 9$

4) $D = (x - 1)^2 - 4(2x + 3)^2$

5) $E = 2x^2 - 3x - 2$

6) $F = -x^2 + 2x + 24$

Exercice 4 :

Soit le polynôme $P = 5x^3 + 3x^2 - 8x - 6$

1. Montrer que P peut s'écrire sous la forme $(x + 1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des nombres réels à déterminer.

2. Résoudre $P \geq 0$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 5 :

Factoriser au maximum les polynômes suivants

$A = -x^2 - 7x$ | $B = 3x^2 - 1$ | $C = -4x^2 + 25$

$D = 4x^2 - 12x + 9$ | $F = 100x^2 + 9$ | $G = -x^2 + 1$

$H = -4x^2 + 1$ | $I = x^2 + 2x + 1$ | $J = x^2 - 9$

$K = 2x(x - 3)^2 - x^2(x - 3)$ | $L = 9 - (x + 1)^2$ | $M = (x + 4)^3\ 4x(x + 4)^2$

$N = -(2 - x)^2 + 1$ | $P = -4(x - 3)^2 + (2 - 5x)^2$

Exercice 6:

Réduire au même dénominateur puis factoriser si possible le numérateur obtenu.

Attention aux valeurs interdites, les préciser.

$A = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{9}$ $\quad B = \dfrac{3}{x} - \dfrac{x+1}{4x} - 1$ $\quad C = \dfrac{3x}{2-x} - \dfrac{x+2}{x}$

$D = x - 1 - \dfrac{x+4}{x+2}$ $\quad E = \dfrac{2-5x}{5x} - \dfrac{4}{x^2} + 1$ $\quad F = x + 1 - \dfrac{3}{x-1}$

Prof : M^{ed}.Salem / Béye

Série d'exercices n^0 :04

Exercice 7 :

Etudier le signe de chacune des expressions suivantes

$A = 1 + 2(x-2)^2$ $B = 1 - 6x + 9x^2$ $C = -4x^2 + 1$

$D = \dfrac{1 + x^2}{2x}$ $E = \dfrac{x^2 - 4}{(x+3)^2}$ $F = 2x^2(x - 3)$

Exercice 8 :

Pour chacun des polynômes suivants, à l'aide du discriminant, déterminer les racines et étudier son signe.

$A = x^2 + 5x + 6$ $B = x^2 - x + 2$ $C = -4x^2 + 4x - 1$

$D = \dfrac{1}{4}x^2 - 5x + 9$ $E = -\dfrac{1}{2}x^2 + 4x - \dfrac{7}{2}$ $F = -2x^2 + 5x - \dfrac{7}{2}$

Exercice 9:

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 + 2x + 1) > 0$ 2) $\dfrac{-x^2 - x - 1}{2x^2 - 3x - 1} \geq 0$

Exercice 10 :

Soit P un polynôme de degré 4.

On pose $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ où a, b, c, d et e sont des nombres réels.

1/ Sachant que :

* Le terme constant de P vaut 10

* Il n'y a pas de monôme de degré 2

* $P(1) = 24$ $P(-1) = 0$ $P(2) = 0$

a. Trouver a, b, c, d et e;

b. Ecrire alors P(x).

2/ a) Calculer $P(-1)$.

b) Démontrer que $P(x) = (x + 1)\,Q(x)$ où Q est un polynôme de degré à déterminer.

c) Soit $Q(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des réels (différents de ceux de la question 1).

– Trouver a, b, c et d; écrire alors Q(x).

3/ a) Vérifier que $Q(x) = 2(x-2)(x + ½)(x-5)$

b) Donner les racines de Q.

4/ a) Déduire de la question précédente la factorisation en facteurs de degré 1 de P(x).

b) Résoudre l'équation $P(x) = 0$.

c) Donner les racines de P. Qu'est ce que cela signifie pour la représentation graphique de P ?

d) Etablir le tableau de signes de P(x).

e) Résoudre l'inéquation suivante : $P(x) < 0$. Qu'est ce que cela signifie pour la représentation graphique de P ?

Prof : M^{ed}.Salem / Béye