

### Exercice ①

exprimer en fonction de  $\ln 2$  et  $\ln 5$  et  $\ln 3$

$$A = \ln\left(\sqrt{\frac{9}{25}}\right); B = \ln(3\sqrt{15})$$

$$C = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{75}}\right);$$

$$D = \ln\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \ln\left(\frac{99}{100}\right)$$

$$E = \ln(1000); F = \ln(0,02)$$

### Solution de l'exercice

J'exprime en fonction de  $\ln 2$  et  $\ln 5$  et  $\ln 3$ :

$$A = \ln\left(\sqrt{\frac{9}{25}}\right)$$

$$= \ln\frac{3}{5}$$

$$\boxed{A = \ln 3 - \ln 5}$$

$$B = \ln(3\sqrt{15})$$

$$= \ln 3 + \ln\sqrt{15}$$

$$= \ln 3 + \frac{1}{2}(\ln 3 + \ln 5)$$

$$= \ln 3 + \frac{1}{2}\ln 3 + \frac{1}{2}\ln 5$$

$$\boxed{B = \frac{3}{2}\ln 3 + \frac{1}{2}\ln 5}$$

$$C = \ln\left(\sqrt{\frac{1}{75}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{1}{75}$$

$$= -\frac{1}{2}\ln(25 \times 3)$$

$$= -\frac{1}{2}(\ln 5^2 + \ln 3)$$

$$= -\frac{1}{2}(2\ln 5 + \ln 3)$$

$$\boxed{C = -\ln 5 - \frac{1}{2}\ln 3}$$

$$D = \ln\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \ln\left(\frac{99}{100}\right)$$

### Méthode ①

$$D = \ln 1 - \ln 2 + \ln 2 - \ln 3 + \ln 3 - \ln 4 + \dots + \ln 99 - \ln 100$$

$$D = -\ln 100 = -\ln(10)^2$$

$$= -2\ln 10$$

$$= -2\ln(2 \cdot 5)$$

$$= -2(\ln 2 + \ln 5)$$

$$\boxed{D = -2\ln 2 - 2\ln 5}$$

### Méthode ②

$$D = \ln\left[\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100}\right]$$

$$= -\ln 100$$

$$= -\ln(10)^2$$

$$= -2\ln 10$$

$$= -2\ln(2 \times 5)$$

$$= -2(\ln 2 + \ln 5)$$

$$\boxed{D = -2\ln 2 - 2\ln 5}$$

$$E = \ln(1000)$$

$$= \ln(10)^3$$

$$= 3\ln 10$$

$$= 3\ln(2 \times 5)$$

$$= 3(\ln 2 + \ln 5)$$

$$\boxed{E = 3\ln 2 + 3\ln 5}$$

$$F = \ln(0,02)$$

$$= \ln(2 \cdot 10^{-2})$$

$$= \ln 2 + \ln 10^{-2}$$

$$= \ln 2 - 2\ln 10$$

$$= \ln 2 - 2(\ln 2 + \ln 5)$$

$$= \ln 2 - 2\ln 2 - 2\ln 5$$

$$\boxed{F = -\ln 2 - 2\ln 5}$$

Arav / Mohamedvally Issa

Ecoles privées : ELmaarif

2018 - 2019