1648

BAC 2014

SN

NOM: oumkelthoume / Mohamed

EXO: 1

corriger

On pose $P(z) = z^3+(1-2i)z^2+(1-2i)z-2i$

1) on calculer $P(2i)$?

$P(2i) = (2i)^3+(1-2i)(2i)^2+(1-2i)(2i)-2i$

$= -8i - 4(1-2i) + 2i(1-2i) - 2i$

$= -8i - 4 + 8i + 2i + 4 - 2i = 0$

$P(2i) = 0$

On utilisez le tableleau de variation

	1	$1-2i$	$1-2i$	$-2i$
$2i$	↓	$2i$	$2i$	$2i$
	1	1	1	0

$z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z-2i)(z^2+z+1)$

$P(z) = 0 \Leftrightarrow (z-2i)(z^2+z+1) = 0$

$\Rightarrow z = 2i$ ou $z^2+z+1 = 0$

On calculer Δ

$\Delta = 1-4 = -3 = 3i^2 = (i\sqrt{3})^2$

$z' = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$z'' = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$S_{\mathbb{C}} = \left\{2i \,;\, -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \,;\, -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right\}$

$\boxed{z_0 = 2i}$ $\boxed{z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}}$

$\boxed{z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}}$

2) a) on a: $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Soit $M(x, y)$

$M \in (BC) \Leftrightarrow \det(\vec{BM}, \vec{BC}) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+\frac{1}{2} & 0 \\ y-\frac{\sqrt{3}}{2} & -\sqrt{3} \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow -\sqrt{3}(x+\frac{1}{2}) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0$

b) $M \in (BC) / \{B, C\}$

$\Leftrightarrow z = -\frac{1}{2} + iy \,/\, y \in \mathbb{R} \left\{\frac{\sqrt{3}}{2} ; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

or: $z' = \frac{1}{z^2+z+1} = \frac{1}{(z+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}$

D'où: $z' = \frac{1}{(-\frac{1}{2}+iy+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}} = \frac{1}{(iy)^2+\frac{3}{4}}$

1648

1-b : (suite)

D'où : $z' = \dfrac{1}{(-\frac{1}{2}+iy+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}} = \dfrac{1}{(iy)^2+\frac{3}{4}}$

$= \dfrac{1}{-y^2+\frac{3}{4}} \in \mathbb{R}$

Donc M' est sur l'axe des abscisses.

3) a) $f(z) = \dfrac{1}{z^2+z+1} = \dfrac{\bar z}{z z^2+\bar z z+\bar z}$

$= \dfrac{\bar z}{(\bar z z)z+\bar z z+\bar z} = \dfrac{\bar z}{|z|^2 z+|z|^2+\bar z}$

Donc si $|z|=1$ alors $|z|^2=1$

d'où : $f(z) = \dfrac{\bar z}{z+1+\bar z} = \dfrac{\bar z}{1+z+\bar z}$

b) si $z = e^{i\theta}$ alors $\bar z = e^{-i\theta}$ et $|z|=1$

donc : $f(z) = \dfrac{e^{-i\theta}}{1+e^{i\theta}+e^{-i\theta}} = \dfrac{\cos\theta - i\sin\theta}{1+2\cos\theta}$

4) a) $M \in \mathcal{C}(0,1)\setminus\{B,C\} \Rightarrow z = e^{i\theta}$ et $\cos\theta \neq -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow z' = \dfrac{\cos\theta - i\sin\theta}{1+2\cos\theta}$

$\Rightarrow \begin{cases} x' = \dfrac{\cos\theta}{1+2\cos\theta} \\ y' = \dfrac{-\sin\theta}{1+2\cos\theta} \end{cases}$

$\begin{cases} x'^2+y'^2 = \dfrac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{(1+2\cos\theta)^2} = \dfrac{1}{(1+2\cos\theta)^2} \\ (2x'-1)^2 = \left(\dfrac{2\cos\theta}{1+2\cos\theta}-1\right)^2 = \dfrac{1}{(1+2\cos\theta)^2} \end{cases}$

D'où : $x'^2+y'^2 = (2x'-1)^2$

b) $\Gamma : x^2+y^2 = (2x-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2 = 4x^2-4x+1$

$\Leftrightarrow 3x^2-4x-y^2 = -1$

$\Leftrightarrow 3(x^2-\frac{4}{3}x)-y^2 = -1$

$\Leftrightarrow 3\left[(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9})-\frac{4}{9}\right]-y^2 = -1$

$\Leftrightarrow 3(x-2/3)^2-y^2 = \frac{1}{3}$

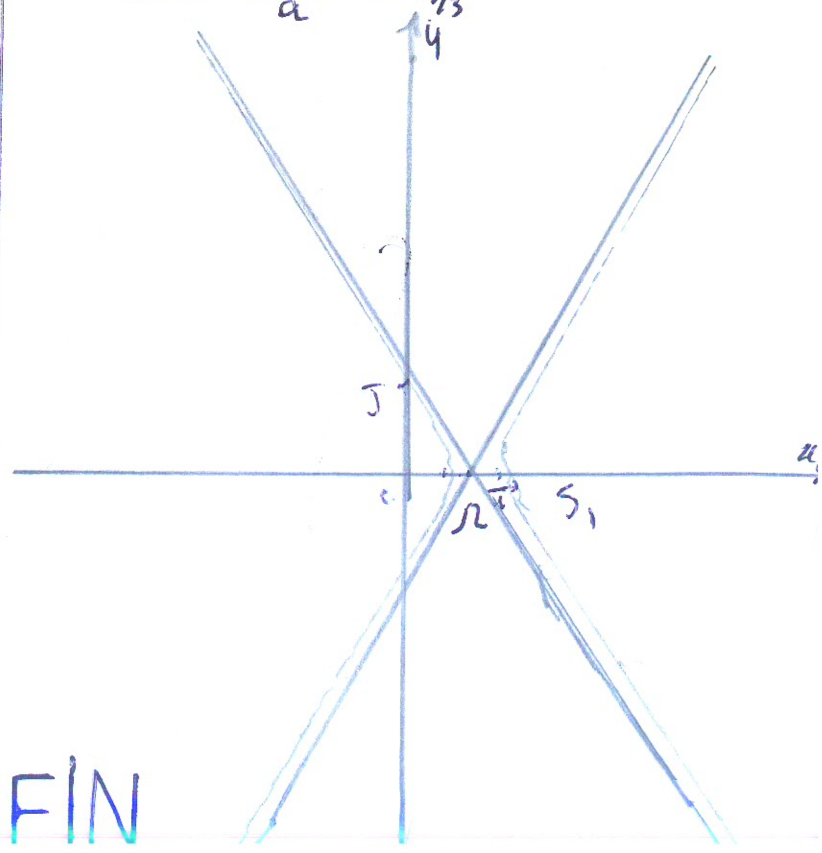
$\Leftrightarrow \dfrac{(x-2/3)^2}{1/9} - \dfrac{y^2}{1/3} = 1$

$\Gamma : \dfrac{(x-2/3)^2}{(\frac{1}{3})^2} - \dfrac{y^2}{(\frac{\sqrt3}{3})^2} = 1$

$\Gamma : \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2} = 1$ avec $\boxed{a=\frac{1}{3}}$ et $\boxed{b=\frac{\sqrt3}{3}}$

Donc Γ est une hyperbole de centre $\Omega(\frac{2}{3},0)$ et de sommets $S_1(\frac{2}{3}+\frac{1}{3},0) = (1,0)$ et $S_2(\frac{2}{3}-\frac{1}{3},0) = (\frac{1}{3},0)$ dans le repère $(O,\vec u,\vec v)$ et d'excentricité

$e = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} = \dfrac{2/3}{1/3} = 2$



FIN

1643

EXO : 2

<u>corriger</u>

1/ a) $f(x) = x e^{x}$

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty, +\infty[$

f est continue dérivable sur $\mathbb{R}$.

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} x e^{x} = 0$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} e x^{x} = +\infty$

$f'(x) = e^{x} + x e^{x} = (x+1) e^{x}$

le signes de $f'(x)$ est celui de $x+1$

$f'(x) = 0 \iff x+1 = 0 \iff x = -1$

$f(-1) = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$

T.V de f

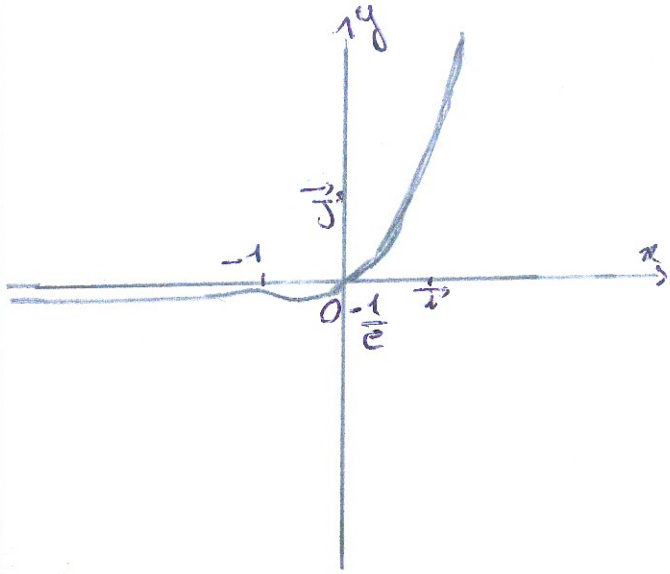
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	0 ↘	$-\frac{1}{e}$	↗ $+\infty$

* $y = 0$ A.H à (C) au voisinage de $-\infty$

$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x e^{x}}{x} = \lim_{x\to +\infty} e^{x} = +\infty$

(C) admet une B.P // (y'y) au voisinage de $+\infty$

* $C \cap (y'y) = (0,0)$
* $C \cap (x'x) = (0,0)$



c) $f(x) = x e^{x}$

$f'(x) = (x+1) e^{x}$

$f''(x) = (x+2) e^{x}$

$f''(x) - 2f'(x) + f(x)$

$= (x+2)e^{x} - 2(x+1)e^{x} + x e^{x}$

$= (x+2-2x-2+x)e^{x} = 0$

Donc f est une solution de l'équation différentielle

$y'' - 2y' \quad y = 0$

d) l'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des x et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ est

$A = \int_0^1 |f(x)|\, dx$

EX0 : 2

d) (Suite)

or : $\forall x \in [0,1]$. $f(x) \geq 0$

D'où : $A = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 xe^x\,dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$

Alors : $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$\therefore A = [xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x\,dx$

$= [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1$

$= [(x-1)e^x]_0^1$

$\boxed{A = 1\ u.a}$

2) a) $I_1 = (-1)^1 \int_0^1 xe^x\,dx$

or : $\int_0^1 xe^x\,dx = 1$

D'où : $\boxed{I_1 = -1}$

$I_n = (-1)^n \cdot \int_0^1 x^n e^x\,dx$

~~on a : $|I_n| = |I_n| = |(-1)^n| \ldots$~~

D'où : $|I_n| = |(-1)^n| \left|\int_0^1 x^n e^x\,dx\right|$

$= 1 \times \left|\int_0^1 x^n e^x\,dx\right|$ or :

$\forall x \in [0,1]$: $x^n e^x \geq 0$

D'où $\left|\int_0^1 x^n e^x\,dx\right| = \int_0^1 x^n e^x\,dx$

$0 \leq e \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x^n \leq e \Rightarrow$

$x^n \leq x^n e^x \leq e x^n$

$\Rightarrow \int_0^1 x^n\,dx \leq \int_0^1 x^n e^x\,dx \leq e\int_0^1 x^n\,dx$

$\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1 \leq |I_n| \leq e.$

$\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1$

$\boxed{\forall n \geq 1 .\ \frac{1}{n+1} \leq |I_n| \leq \frac{e}{n+1}}$

or : $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = 0$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{e}{n+1} = 0$

D'où d'après le T.G

$\lim_{n\to+\infty} |I_n| = 0$

Donc : $\lim_{n\to+\infty} I_n = 0$

c) $I_{n+1} = (-1)^{n+1} \cdot \int_0^1 x^{n+1} e^x\,dx$

on pose $\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^x \end{cases}$

Alors : $\begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = e^x \end{cases}$

$I_{n+1} = (-1)^{n+1} \left([x^{n+1}e^x]_0^1 - (n+1)\int_0^1 x^n e^x\,dx\right)$

$= (-1)^{n+1}(e - 0 - (n+1)\int_0^1 x^n e^x\,dx$

$= (-1)^{n+1} \cdot e - (-1)(-1)^n (n+1)\int_0^1 x e^x$

$= (-1)^{n+1} e + (n+1)(-1)^n \int_0^1 x^n e^x\,dx$

{6L+3}

EXO : 2

C) (Suite)

$\boxed{I_{n+1}=(-1)^{n+1}e+(n+1)\,I_n \; \forall n\geq 1}$

d) $J=\int_0^1 \frac{(x^3+4x^2-3x-6)e^x}{x+1}\,dx$

	1	4	-3	-6
-1	+ ↓	-1	-3	6
	1	3	-6	0

$J=\int_0^1 \frac{(x^2+3x-6)(x+1)e^x}{(x+1)}\,dx$

$=\int_0^1 x^2e^x\,dx+3\int_0^1 xe^x\,dx-6\int_0^1 e^x\,dx$

$(-1)^2\int_0^1 x^2e^x\,dx-3\times(-1)\int_0^1 xe^x\,dx$

$-6\left[e^x\right]_0^1$

$= I_2-3I_1-6(e-1)$

or $I_1=-1$ et

$I_2=(-1)^2e+2I_1=e-2$

D'où $J=(e-2)-3\times(-1)-6(e-1$

$=e-2+3-6e+6$

$=$ $\boxed{J=7-5e}$

FIN

Exercice 3 | Page 1 |

1)

f défini sur $[0,+\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

a) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (x\ln(x+1) - x\ln x)$

$= 0 - 0 = 0$

donc : $\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

alors f est continue en 0^+

b) La dérivabilité en 0^+

$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$= +\infty$

alors $\boxed{\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = +\infty}$

donc f n'est dérivable en 0^+.

admet demi-tangente vertical.

c) On a : $t = 1/x$

$\Rightarrow x = \frac{1}{t}$

si $x \to +\infty \Rightarrow t \to 0^+$

$\lim_{x\to+\infty} = \lim_{t\to 0^+} f(t)$

$= \lim_{t\to 0^+} \frac{1}{t}\ln(1+t)$

$= \lim_{t\to 0^+} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$

donc $\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1}$ $y = 1$ AH

2.a)

$f'(x) = \ln(x+1) + \frac{1}{x+1}\cdot x - \ln x - \frac{1}{x}\cdot x$

$f'(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1} - \ln x - 1$

$f''(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{x+1-x}{(x+1)^2} - \frac{1}{x}$

$f''(x) = \frac{x(x+1) + x - (x+1)^2}{x(x+1)^2}$

$= \frac{x^2 + x + x - x^2 - 2x - 1}{x(x+1)^2}$

$\boxed{f''(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2}} \Rightarrow$

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$f''(x)$	$-$
$f'(x)$	$+\infty \searrow 0$

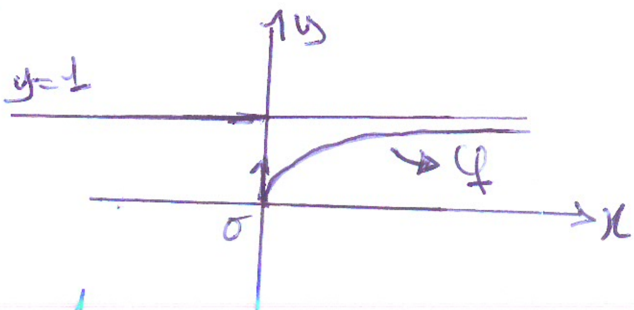
alors $\boxed{f'(x) \geq 0}$

b) T.V de f

x	0 $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow 1$

c) $\varphi \cap (ox)$; $\varphi \cap (oy)$

$(0,0)$ $\quad$ $f(0)=0$ $(0,0)$



page 2

3) $n \geq 1$; On pose :
$$\begin{cases} x^n \ln(1+\frac{1}{x}) \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$ et

$$A_n = \int_0^1 f_n(x)\,dx$$

a) Comme f_n est produit des deux fonction Continues ~~donc~~ sur $[0,1]$
$\Rightarrow f_n$ est Continue
donc l'integral A_n est existe et cette ecriture definie bien une suite numerique.

b) d'apres T.V def On a :

$$0 \leq f(x) \leq 1$$

multipliant par x^{n-1}

$$\Rightarrow \boxed{0 \leq x^{n-1} f(x) \leq x^{n-1}}$$

$$0 \leq x \leq 1$$

$$f_n(0) \leq f_n(x) \leq f_n(1)$$

$$0 \leq f_n(x) \leq \ln(2) \leq x^{n-1}$$

$$0 \leq \int_0^1 f_n(x)\,dx \leq \int_0^1 x^{n-1}\,dx$$

$$0 \leq A_n \leq \left[\frac{x^n}{n}\right]_0^1$$

$$\boxed{0 \leq A_n \leq \frac{1}{n}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} A_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$$

D'apres T.G $\lim_{n\to+\infty} A_n = 0$

4) $I_n(\alpha) = \int_\alpha^1 x^n \ln x\,dx$

a) on pose $\begin{cases} U(x) = \ln(x) \\ V'(x) = x^n \end{cases}$

alors $\begin{cases} U'(x) = \frac{1}{x} \\ V(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \end{cases}$

$$I_n(\alpha) = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln(x)\right]_\alpha^1 - \frac{1}{n+1}\int_\alpha^1 x^{n}\,dx$$

$$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln(x)\right]_\alpha^1 - \frac{1}{n+1}\left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_\alpha^1$$

$$= \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\ln(x) - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\right]_\alpha^1$$

$$I_n(\alpha) = 0 - \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln(\alpha) + \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2}$$

$$\boxed{I_n(\alpha) = \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln(\alpha) - \frac{1}{(n+1)^2}}$$

b) $$\lim_{\alpha\to0^+} I_n(\alpha) = \lim_{\alpha\to0^+}\left(\frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)^2} - \frac{\alpha^{n+1}}{n+1}\ln(\alpha) - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

$$= 0 - 0\times0 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{\alpha\to0^+} I_n = -\frac{1}{(n+1)^2}}$$

c) $J_{n+1} = \int_0^1 x^{n+1} \ln(x+1)\,dx$

$$\begin{cases} u(n) = x^{n+1} \\ v'(n) = \ln(n+1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u'(n) = (n+1)\,x^{n} \\ v(n) = (n+1)\ln(n+1) - x \end{cases}$$

On obtient $v(n)$ en utilisant une I.P.P

$$J_{n+1} = \left[x^{n+1}\big((n+1)\ln(n+1) - x\big)\right]_0^1 - (n+1)\int_0^1 x^n\big((n+1)\ln(n+1) - n\big)\,dn$$

$$= 2\ln 2 - 1 - 0 - (n+1)\int_0^1 (x^{n+1} + n^n)\ln(n+1)\,dn + (n+1)\int_0^1 x^{n+1}\,dn$$

$$= 2\ln 2 - (n+1)\int_0^1 \big(x^{n+1}\ln(n+1) + x^n\ln(n+1)\big)\,dn + (n+1)\left[\frac{x^{n+2}}{n+2}\right]_0^1 - 1$$

$$= 2\ln 2 - (n+1)\int_0^1 x^{n+1}\ln(x+1)\,dn + \int_0^1 x^n\ln(n+1)\,dx + (n+1)\left(\frac{1}{n+2} - 0\right) - 1$$

$$= 2\ln 2 - (n+1)(J_{n+1} + J_n) + \frac{n+1}{n+2} - 1$$

$$J_{n+1} = 2\ln 2 - (n+1)J_{n+1} - (n+1)J_n - \frac{1}{n+2}$$

$$J_{n+1} + (n+1)J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1)J_n$$

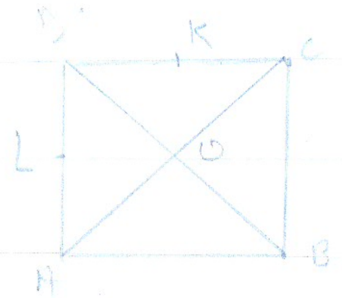
$$(n+2)J_{n+1} = 2\ln 2 - \frac{1}{n+2} - (n+1)J_n$$

$$\Rightarrow \boxed{J_{n+1} = \frac{2\ln 2}{n+2} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{n+1}{n+2}J_n}$$

1258

EXO : 4

1)



2) Comme $BL^2 = BA^2 + AL^2$

$= a^2 + (\frac{a}{2})^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

et $AK^2 = AD^2 + DK^2 = a^2 + (\frac{a}{2})^2$

$= a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4}$

Donc $BL = AK \neq 0$

et on a $\vec{BL} \neq \vec{AK}$

donc il ~~exs~~ existe une unique rotation r qui transforme A en B et K en L

* le centre de r :

$\Omega = \text{med}[AB] \cap \text{med}[KL]$

$= (OK) \cap (BD) = \{O\}$.

* Un angle de r :

$(\vec{OA}, \vec{OB}) = \frac{\pi}{2}$ $[2\pi]$.

3-a) Comme $D \neq B$ et $L \neq O$

donc il existe une unique similitude directe f_1 qui

D en L et B en O

* le rapport de f_1 est $\frac{OL}{BD} = \frac{a/2}{a\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

* angle de f_1 est : $(\vec{BD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$.

b) Comme $f_1(P) = P$ et $f_1(B) = O$

on a donc $(\vec{PB}, \vec{PO}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$.

or $(\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$.

d'ou $(\vec{PB}, \vec{PO}) = (\vec{AB}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{4}$ ~~0~~

Donc $P \in$ au cercle circonscrit au triangle OAB c-a-d que $P \in$ au cercle de diametre [AB].

De même : $f_1(P) = P$

$f_1(D) = L$

on a : $(\vec{PD}, \vec{PL}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$.

or $(\vec{OD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$.

d'ou $(\vec{PD}, \vec{PL}) = (\vec{OD}, \vec{OL}) = \frac{\pi}{4}$ $(\neq 0 [\pi])$

Donc $P \in$ au cercle circonscrit au triangle ODL c-a-d que $P \in$ au cercle de diamètre [OD].

on a que le point O est commun aux cercles de diamètres [AB] et [OD]

mais qu'il n'est pas le centre de f_1 car $(f_1^{-1}(O) = B \neq O)$ donc le pt P est donc le second pt a'ces

deux cercles.

3-b) on a $(\vec{PB}, \vec{PL}) = (\vec{PB}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PL})$

$= (\vec{AB}, \vec{AO}) + (\vec{DO}, \vec{DL})$

$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 0 [\pi]$.

donc $P \in (BL)$.

De même : $(\vec{PA}, \vec{PK}) = (\vec{PA}, \vec{PO}) + (\vec{PO}, \vec{PK})$

$= (\vec{BA}, \vec{BO}) + (\vec{DO}, \vec{DK})$ $[\pi]$.

$= -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = 0 [\pi]$.

Donc $P \in [AK)$ -

donc P est donc le pt d'intersect$^{\circ}$ de (BL) et (AK).

4) on a : $f_2 : B \to D$
$\qquad O \to L$

- l'angle de f_2 est :

$(\vec{BO}, \vec{DL}) = (\vec{BO}, \vec{DB}) + (\vec{DB}, \vec{DL})$

$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$ $[2\pi]$.

- le rappot de f_2 est

$$\frac{DL}{BO} = \frac{a/2}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

) $f_2 \circ f_1$ et $f_1 \circ f_2$ sont deux similitude directes de m̂ rappot et de m̂ angle. et transforme $f_2 \circ f_1(B) = f_2(f_1(B)) = f_2(D) = L$.

Donc $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$.

le centre de f_2 est donc celui de f_1 c'à-d le pt P.

5-a) $h = f_1 \circ f_2$ est la composée de deux similitudes directes dont le produit des rapports est : $\frac{\sqrt{2}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4} (\neq 1)$ et dont la somme des angles est $\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi [2\pi]$. et ayant m̂ centre P d'où h est une homothetie de centre P et de rappot $-\frac{1}{4}$.

or $h(B) = f_1 \circ f_2(B) = f_1(D) = L$.

d'où $\vec{PL} = -\frac{1}{4}\vec{LB}$ Donc $4\vec{PL} + \vec{LB} = \vec{0}$

D'où : $P = \text{bar} \begin{array}{c|c} B & L \\ 1 & 4 \end{array}$

b) $P = \text{bar} \begin{array}{c|c} B & L \\ 1 & 4 \end{array} = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} B & D & A \\ 1 & 2 & 2 \end{array}$

or $B = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ 1 & 1 & -1 \end{array}$

d'où : $P = \text{bar} \begin{array}{c|c|c|c|c} A & C & D & D & A \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 2 \end{array}$.

$\Rightarrow P = \text{bar} \begin{array}{c|c|c} A & C & D \\ 3 & 1 & 1 \end{array}$

$\Rightarrow P = \text{bar} \begin{array}{c|c} A & K \\ 3 & 2 \end{array}$

1502

partie B

1/ $h = S_1 \circ S_2$ est composée de deux réflexions de plans perpendiculaire dont la droite d'intersection est (AD).

d'ou h est le demi - tour d'axe (AD)

2/ $t = S_3 \circ S_4$ est composée de deux réflexions de plans parallèles

D'ou t est une translation.

~~D'ou~~ le vecteur de t est : $2\vec{DA}$

3/ $f = h \circ t$ est composée d'une translation et d'une rotation tell que de la translation est un vecteur directeur de l'axe de la rotation D'ou : f est le visage d'axe (DA) d'angle π est le vecteur $2\vec{DA}$

FIN

Bac

2014 SN

EXO: 1 1648

EXO: 2 1648

EXO: 4 1258 1502

EXO: 3 1292.