Sujet de Bac Corrigés

Ahmedou Mohamed

GHAZwani ol Mouhamed Yhdih

MEd Abdellahi lAhmed 1127

Bac 2013 SN

Complexe :

Exercice 2

Corrigé

1) $P(Z) = Z^3 - (9-i)Z^2 + (28-5i)Z - 32 + 4i$

a) $P(4) = 4^3 - (9-i)(4)^2 + (28-5i)(4) - 32 + 4i$

$= 64 - 144 + 16i + 112 - 20i - 32 + 4i$

$P(4) = 0$

$P(Z) = (Z-4)(Z^2 + aZ + b)$

En utilisant le Tableau d'HORNER :

	1	$-9+i$	$28-5i$	$-32+4i$
4	↓	4	$-20+4i$	$32-4i$
	1	$-5+i$	$8-i$	0

$P(Z) = (-4+Z)(Z^2 + (-5+i)Z + 8 - i)$

$= (Z-4)(Z^2 + (-5+i)Z + 8 - i)$

b)

$P(Z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} Z = 4 \\ \text{ou} \\ Z^2 + (-5+i)Z + 8 - i = 0 \end{cases}$

$\Delta = (-5+i)^2 - 4(8-i)$

$= 25 - 10i - 1 - 32 + 4i$

$= -8 - 6i$

$\Delta = (1-3i)^2$

$Z_1 = \dfrac{5 - i + 1 - 3i}{2}$

$Z_1 = 3 - 2i$

$Z_2 = \dfrac{5 - i - 1 + 3i}{2}$

$Z_2 = 2 + i$

$S = \{4 ; 3-2i ; 2+i\}$

2) $A(4)$; $B(2+i)$; $C(3-2i)$

on a : $Z' = aZ + b$

a) $\begin{cases} S(C) = C \Rightarrow Z_C = aZ_C + b \\ S(A) = B \Rightarrow Z_B = aZ_A + b \end{cases}$

Par soustraction on obtient :

$Z_C - Z_B = a(Z_C - Z_A)$

Donc : $a = \dfrac{Z_C - Z_B}{Z_C - Z_A}$

$a = \dfrac{3 - 2i - 2 - i}{3 - 2i - 4}$

$a = \dfrac{1 - 3i}{-1 - 2i}$

$$a = \frac{1-3i}{-1-2i} \times \frac{-1+2i}{-1+2i}$$

$$= \frac{-1+2i+3i+6}{5}$$

$$= \frac{5+5i}{5}$$

$$a = 1+i$$

D'aprés la premiére équation :

$$b = (1-a)Z_C$$

En remplaçant on obtient :

$$b = (1-1-i)(3-2i)$$

$$= -i(3-2i)$$

$$b = -2-3i$$

D'ou l'expression Complexe de la Similitude directe s :

$$Z' = (1+i)Z - 2 - 3i$$

b)

⊗ le rapport de s est : $k = |1+i|$

$$k = \sqrt{2}$$

⊗ Un angle de s est : $\theta = \arg(1+i)$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

3) $\varphi(Z) = Z^2 - (5-i)Z + 8 - i$

a) en posant $Z = x + iy$ on obtient

$$\varphi(Z) = (x+iy)^2 - (5-i)(x+iy) + 8 - i$$

$$= x^2 - y^2 + 2xyi - (5x + 5iy - ix + y) + 8 - i$$

$$= x^2 - y^2 - 5x - y + 8 + i(2xy - 5y + x - 1)$$

Γ l'ensemble des points M d'affixe Z tels que $\varphi(Z)$ soit imaginaire pur (ou nul).

$M(x,y) \in \Gamma \Leftrightarrow R_e(\varphi(Z)) = 0$

D'ou l'equation Cartésienne d Γ

$$x^2 - y^2 - 5x - y + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(y^2 + y + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) + 8 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{1}{4} = -8$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -2$$

$$\frac{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{\left(y + \frac{1}{2}\right)^2}{(\sqrt{2})^2} = -1$$

si on pose $\begin{cases} X = x - \frac{5}{2} \\ Y = y + \frac{1}{2} \end{cases}$

L'équation de Γ dans le repère $(\Omega \vec{u}, \vec{v})$ devient :

$$\frac{X^2}{(\sqrt{2})^2} - \frac{Y^2}{(\sqrt{2})^2} = -1$$

Alors Γ est une hyperbole de Centre $\Omega\left(\frac{5}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$

b) sommets :

- dans le repère $(\Omega, \vec{u}, \vec{v})$:

$B\ (0, \sqrt{2})$

$B'(0, -\sqrt{2})$

- dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$B\left(\frac{5}{2} ; \sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$

$B'\left(\frac{5}{2} ; -\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$

les asymptotes Δ et Δ' ont pour équations dans le repère $(\Omega, \vec{u}, \vec{v})$:

$\Delta : Y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} X = X$

$\boxed{\Delta : Y = X}$

$\Delta' : Y = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -X$

$\boxed{\Delta' : Y = -X}$

et Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

on a : $y + \frac{1}{2} = x - \frac{5}{2}$

$\boxed{\Delta : y = x - 3}$

et $y + \frac{1}{2} = -x + \frac{5}{2}$

$\boxed{\Delta' : y = -x + 2}$