

Bac 2013 S.N

Mémoire
76

Exo 2:

1) a) $P(z) = z^3 - (9-i)z^2 + (28-5i)z - 32 + 4i$

$$P(4) = 4^3 - (9-i) \times 16 + 4(28-5i) - 32 + 4i$$

$$= 64 - 144 + 16i + 112 - 20i - 32 + 4i$$

$$P(4) = 0$$

$$P(z) = (z-4)(z^2 + az + b)$$

T.H

	z	-9+i	28-5i	-32+4i
4	↓	4	-20+4i	32-4i
	1	-5+i	8-i	0

$$P(z) = (z-4)(z^2 + (-5+i)z + 8-i)$$

2) $P(z) = 0 \Leftrightarrow z-4 = 0 \Rightarrow z = 4$

ou $z^2 + (-5+i)z + 8-i = 0$

$$\Delta = (-5+i)^2 - 4 \times 1(8-i)$$

$$= 25 - 10i - 1 - 32 + 4i$$

$$= -8 - 6i = (1-3i)^2$$

$$z_1 = \frac{5-i + 1-3i}{2} = 3-2i$$

$$z_2 = \frac{5-i - 1+3i}{2} = 2+i$$

$$S = \{4, 3-2i, 2+i\}$$

2) $A(4); B(2+i); C(3-2i)$

a) $S: \pi(z) \rightarrow \pi'(z')$

$$z' = az + b \quad / a, b \in \mathbb{C}$$

$$S: C \rightarrow C \Leftrightarrow z_C = az_C + b \quad (1)$$

$$S: A \rightarrow B \Leftrightarrow z_B = az_A + b \quad (2)$$

$$(1) - (2)$$

$$z_C - z_B = a(z_C - z_A)$$

$$\Rightarrow a = \frac{z_C - z_B}{z_C - z_A}$$

$$= \frac{3-2i - 2+i}{3-2i-4}$$

$$= \frac{1-3i}{-1-2i} = \frac{(1-3i)(-1+2i)}{1+4}$$

$$= \frac{5+5i}{5} = 1+i$$

$$b = z_C - az_C = (1-a)z_C$$

$$= (1-1-i)(3-2i)$$

$$= -3i - 2$$

Donc:

$$S: \pi(z) \rightarrow \pi'(z') /$$

$$z' = (1+i)z - 2 - 3i$$

b) le rapport:

$$K = |1+i| = \sqrt{2}$$

$$\text{l'angle: } \theta = \arg(1+i) = \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

(1)

(2)

Suite Ex02:

3) $\varphi(z) = z^2 - (5-i)z + 8-i$

a) $\varphi(z) = (x+iy)^2 - (5-i)(x+iy) + 8-i$

$$= x^2 - y^2 + 2xyi - 5x - 5iy - xi + y + 8 - i$$

$$= \varphi(z) = x^2 - y^2 - 5x - y + 8 + i(2xy - 5y - x - 1)$$

$\Gamma = \{ M \in \mathbb{P} / \varphi(z) \text{ est imaginaire pur non nul} \}$

$\Leftrightarrow \operatorname{Re}(\varphi(z)) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 - 5x - y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{24}{4} + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{\left(y + \frac{1}{2}\right)^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$$

Dans le repère $(\alpha, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\alpha\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$: \mathcal{J} a pour équation: $-\frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$

D'où \mathcal{J} est une hyperbole de Centre α et de

nommets

$B(0; \sqrt{2})$ dans le repère $(\alpha, \vec{i}, \vec{j})$

(3)

et $B'(0; -\sqrt{2})$

Mais dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$

on a $B\left(\frac{5}{2}; -\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$

Les asymptotes Δ et Δ'

ont pour équations dans le repère $(\alpha, \vec{i}, \vec{j})$

$$\Delta: y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}x = x \text{ et}$$

$$\Delta': y = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}x = -x$$

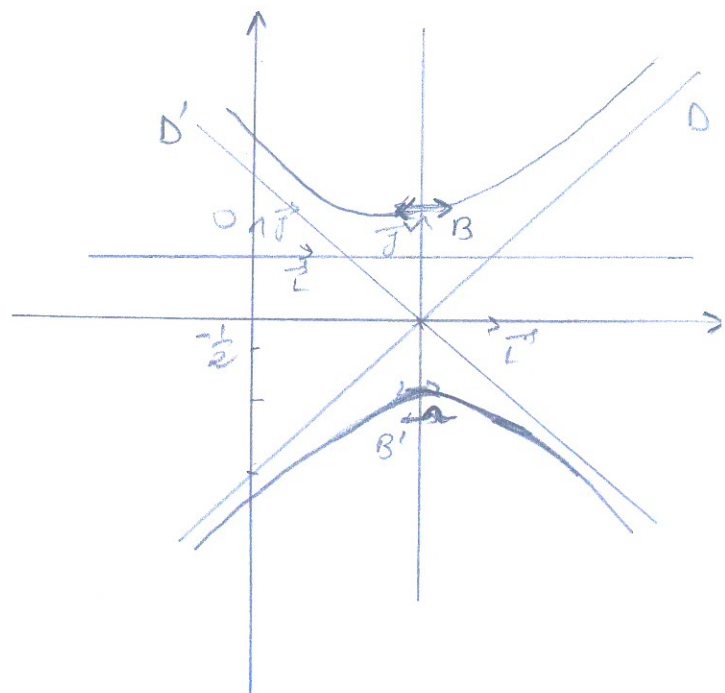
et dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$

$$\text{On a: } y + \frac{1}{2} = x - \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta: y = x - 3$$

$$\text{et } y + \frac{1}{2} = -x + \frac{5}{2}$$

$$\Delta' = y = -x + 2$$



(4)