

Exo 2:

Determiner le reste de la division par 7 du nombre  $32^{2015}$

Nom: Zeinebou/Mohamed  
ELHoussein / Abdeljelil  
7c /ERRAJA

Solution d'exo 2:  
Arithmetique

\* on determine le reste de la division par 7 du nombre  $32^{2015}$

$$32 = 1321^{2015} = (2^5)^{2015}$$

\* on determine les restes de divisions de  $2^n$  par 7

$$\begin{cases} 2^0 \equiv 1 [7] \text{ car } 2^0 = 1 \\ 2^1 \equiv 2 [7] \text{ car } 2^1 = 2 \\ 2^2 \equiv 4 [7] \text{ car } 2^2 = 4 \\ 2^3 \equiv 1 [7] \text{ car } 2^3 = 8 \end{cases}$$

$$2^3 \equiv 1 [7] \Rightarrow (2^3)^k \equiv 1^k [7]$$

$$\begin{cases} 2^{3k} \equiv 1 [7] \\ 2^{3k+1} \equiv 2 [7] \\ 2^{3k+2} \equiv 4 [7] \end{cases}$$

$$\text{car: } \begin{cases} 5 \equiv 2 [3] \\ 2015 \equiv 2 [3] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \times 2015 \equiv 2 \times 2 [3] \\ 5 \times 2015 \equiv 1 [3] \end{cases}$$

donc  $5 \times 2015$  est du type  $3k+1$  d'où  $5 \times 2015 = 2^{3k+1}$   
a  $2^{3k+1} \equiv 2 [7]$

En fin  $(32)^{2015} \equiv 2 [7] \Rightarrow$  le reste de division de  $(32)^{2015}$  par 7 est 2