Nom_ prénom : Lalla_ Khadeija mint Hasni Barick
classe 7D3 Ecole Privées Elmaarif

Soient a ,b deux réels tels que $b \neq 0$ et la suite (U_n) définie par :

$$U_0 = b,\ U_n = U_{n-1} + a^n b;\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

1) Calculer U_1 , U_2 , U_3 en fonction de a et b.

2) Démontrer par récurrence que $U_n = (1 + a + a^2 + \cdots + a^n)b$; pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Solution Ex7 Suites numeriques

$$\begin{cases} u_0 = b \\ u_n = u_{n+1} + a^n b \end{cases}$$

$n \geq 1$

$n = 1 \Rightarrow u_1 = u_0 + ab$

$= b + ab$

$u_1 = b(1+a)$

$n = 2 \Rightarrow u_2 = u_1 + a^2 b$

$= b(1+a) + a^2 b$

$u_2 = b(1 + a + a^2)$

$n = 3 \Rightarrow u_3 = u_2 + a^3 b$

$u_3 = b(1 + a + a^2 + a^3)$

2) $\boxed{1}$ pour $n = 0$

1er membre $1 \times b = b$

egalité vraie

2) on suppose que $u_n = (1 + a + a^2 + \dots + a^n) b$

D'aprés les données on a

$u_{n+1} = u_n + a^{n+1} b$

D'aprés L'hypothèse :

$u_n + a^{n+1} b = (1 + a + a^2 + \dots + a^n)\, b + ab^{n+1}$

$u_{n+1} = (1 + a + a^2 + \dots + a^{n+1}) b$

3) conclusion

$u_n = (1 + a + a^2 \dots + a^n) b$