

Rallye de Mathématiques 2022

Présélection Régionale

Niveau Sixième

30 janvier 2022

Durée 60 min

Cette épreuve est un questionnaire à choix multiples constitué de 25 questions : chacune comporte quatre réponses, une et une seule étant exacte. Les réponses sont à inscrire dans le tableau de réponses. Toute réponse exacte rapporte 4 points. Toute réponse erronée enlève 1 point. Toute absence de réponse ne rapporte aucun point. Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Un éventuel total négatif sera ramené à 0.

Calculatrice non autorisée.

Exercice 1

Soient x un nombre réel tel que $(x-2)(x+2) = 77$. Alors $(x-1)(x+1) = \dots$

- a) 74 b) 76 c) 80 d) 81

Exercice 2

Le produit AB d'une matrice A d'ordre 2×3 et d'une matrice B d'ordre 3×2 est une matrice :

- a) carrée d'ordre 2 b) carrée d'ordre 3 c) d'ordre 2×3 d) d'ordre 3×2

Exercice 3

Soient x et y deux réels vérifiant $x - y = -4$ et $xy = 5$. Alors $x^2 + 5xy + y^2 = \dots$

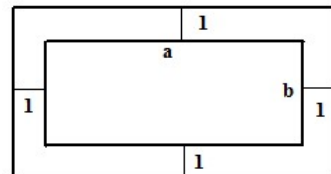
- a) 7 b) 16 c) 24 d) 51

Exercice 4

Deux rectangles de côtés parallèles sont séparés par une bande de largeur 1cm (voir figure ci-contre). Si les côtés du petit rectangle mesurent a et b .

Alors l'aire de cette bande est :

- a) $a(b+1)$ b) $(a+1)b$ c) $2(a+b+1)$ d) $2(a+b+2)$



Exercice 5

La somme $S = 15 + 32 + 49 + 66 + \dots + 2021$ vaut :

- a) 121142 b) 112142 c) 119106 d) 122160

Exercice 6

On donne les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$ et $g(x) = (f(x))^2 + (f(-x))^2$.

Alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(-x) = \dots$

- a) $2\cos^2(x)$ b) $2\sin^2(x)$ c) 2 d) -2

Exercice 7

Soit $[AB]$ un segment de milieu C . Pour tout réel positif m , on note G_m le barycentre du système $\{(A;1), (B;1-m), (C;2m-1)\}$. Lorsque m parcourt \mathbb{R}_+ , le lieu géométrique du point G_m est :

- a) $[AB]$ privé de A b) $[AC]$ privé de A c) (AB) privée de A d) (AB) privée de C

Exercice 8

Soit $f(x) = \frac{2\sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$. Alors $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} f(x) = \dots$

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) $-\sqrt{3}$

Exercice 9

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{x})}{x}$ est égale à :

- a) 0 b) 1 c) $+\infty$ d) $-\infty$

Exercice 10

x ; $2x+2$ et $3x+3$ sont les trois premiers termes consécutifs d'une suite géométrique alors le quatrième terme est ...

- a) $\frac{-27}{2}$ b) $\frac{27}{2}$ c) 4 d) -4

Exercice 11

ABC est un triangle tel que $BC = 12$, on définit le point I par $\vec{BI} = \frac{2}{3}\vec{BC}$ et soit D le point d'intersection de (AI) avec le cercle circonscrit au triangle ABC. Alors $\vec{AI} \cdot \vec{DI} = \dots$

- a) -144 b) -48 c) -32 d) -24

Exercice 12

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-1;1)$, $B(2;-1)$ et la droite (D) d'équation : $3x - 2y + 5 = 0$. Soit (E) l'ensemble des points M du plan vérifiant $MA^2 + MB^2 = AB^2$. La droite (D) et l'ensemble (E) ont pour intersection :

- a) zéro point b) un seul point c) deux points d) trois points

Exercice 13

ABCD est un carré de centre O. L'ensemble des points M du plan tels que $\|\vec{MA} + \vec{MC}\| = AB$ est :

- a) Le cercle de diamètre [OA] b) Le cercle inscrit dans le carré ABCD
c) Le cercle circonscrit au carré ABCD d) La médiatrice du segment [AC]

Exercice 14

ABC est un triangle et I, J et K sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB]

Alors $\frac{AB^2 + AC^2}{2} = \dots$

- a) $AI^2 + BI^2$ b) $BJ^2 + CJ^2$ c) $CK^2 + AK^2$ d) $IJ^2 + JK^2$

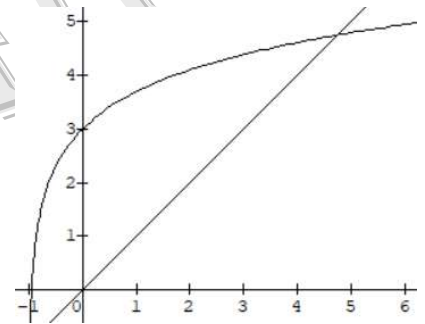
Exercice 15

ABC est un triangle dont les angles sont aigus tel que $BC = 2AB$, H est le projeté orthogonal de A sur (BC) et $\sin(\widehat{BAH}) = \frac{2}{5}$ alors H est le barycentre du système :

- a) $\{(C,2);(B,3)\}$ b) $\{(C,-1);(B,4)\}$ c) $\{(C,2);(B,5)\}$ d) $\{(C,1);(B,4)\}$

Exercice 16

La figure ci-contre représente la courbe d'une fonction f et de la droite d'équation $y = x$. La suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ est :



- a) croissante b) divergente c) décroissante d) convergente vers -1

Exercice 17

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x+a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - bx + 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

f est dérivable en $x_0 = 0$ si et seulement si

- a) $a = 2$ et $b = -1$ b) $a = -2$ et $b = 1$ c) $a = -1$ et $b = -2$ d) $a = -1$ et $b = 2$

Exercice 18

P est un polynôme de degré 3 possédant trois racines entières distinctes et strictement positives. Sachant que le coefficient du monôme de degré 3 est 1 et que $P(0) = -21$. Alors $P(10) = \dots$

- a) 328 b) 296 c) 189 d) 167

Exercice 19

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{2n^2 + n}{2n^2 + 3n + 1}$. Alors le produit $u_1 \times u_2 \times u_3 \times \dots \times u_{2021}$ vaut :

- a) 2021 b) 2022 c) $\frac{1}{2021}$ d) $\frac{1}{2022}$

Exercice 20

La valeur de la somme $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2021}$ est

- a) $\frac{2021}{2022}$ b) $\frac{2021}{2020}$ c) $\frac{2020}{2022}$ d) $\frac{2022}{2023}$

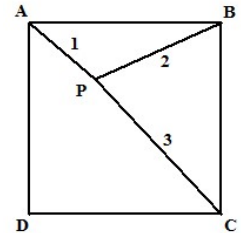
Exercice 21

Sur la figure ci-contre P est un point intérieur au rectangle ABCD tels que :

$AP = 1$; $BP = 2$ et $CP = 3$

Alors $DP = \dots$

- a) 4 b) 3,5 c) $\sqrt{5}$ d) $\sqrt{6}$



Exercice 22

Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$ par $f(x) = E(x)\sin x$. Si $a \in]0;1[$ et $b \in]-1;0[$ alors

$f'(a) + f'(b) = \dots$

- a) $\cos a + \cos b$ b) $-\cos a - \cos b$ c) $-\cos a$ d) $-\cos b$

Exercice 23

Si x_1, x_2 et x_3 sont les trois racines du polynôme $P(x) = x^3 - 7x^2 + 3x + 1$. Alors $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \dots$

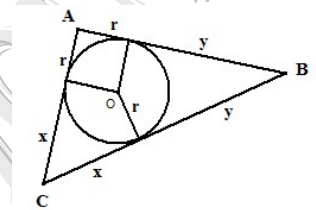
- a) -7 b) -3 c) 1 d) 3

Exercice 24

ABC est un triangle rectangle en A. Le cercle inscrit dans ABC partage l'hypoténuse en deux parties de longueurs x et y (voir la figure ci-contre).

L'aire du triangle ABC en fonction de x et y est égale :

- a) xy b) $(x+r)y$ c) $x(y+r)$ d) $\frac{x^2 + y^2}{2}$



Exercice 25

Soit $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ tel que $P(3) = 30$, $P(4) = 40$ et $P(5) = 50$.

La valeur de $P(9) + P(-1) = \dots$

- a) 1080 b) 1280 c) 1180 d) 1380

Fin.