

## الأولمبياد الوطنية للرياضيات

التصفيات النهائية  
اليوم الأول  
16 مارس 2008  
المدة: 4 ساعات ونصف

يتألف الامتحان من ثلاثة تمارين مستقلة يخصص لكل منها 7 نقط.  
يجب أن يرفق كل حل بالمبررات.  
لا يسمح باستخدام الآلات الحاسبة.

### التمرين الأول

لتكن  $f_1(x) = \frac{1+x}{1-x}$  و لكل عدد طبيعي  $n \geq 2$  نضع:  $f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x))$ .  
احسب  $f_{2008}(2008)$ .

### التمرين الثاني

نعلم أن الواسطات في أي مثلث متلاقية في نقطة هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.  
انطلاقا من ثلاثة مستقيمت من المستوي معطاة ومتلاقية في نفس النقطة؛ أنشئ مثلثا تكون هذه المستقيمت الثلاثة هي واسطاته.

### التمرين الثالث

أوجد كل قيم الوسيط الحقيقي  $a$  التي من أجلها تقبل المعادلة:

$$16x^4 - ax^3 + (2a+17)x^2 - ax + 16 = 0$$

أربعة حلول حقيقية مختلفة تشكل متتالية هندسية.

النهاية.

## الأولمبياد الوطنية للرياضيات

التصفيات النهائية

اليوم الثاني

17 مارس 2008

المدة: 4 ساعات ونصف

يتألف الامتحان من ثلاثة تمارين مستقلة يخصص لكل منها 7 نقط.  
يجب أن يرفق كل حل بالمبررات.  
لا يسمح باستخدام الآلات الحاسبة.

### التمرين الرابع

املا الفراغات في الإطار التالي بأرقام بحيث تكون كل العبارات داخل الإطار صحيحة.

في هذا الإطار فإن:

عدد مرات ظهور الرقم 0 هو ..... بالضبط  
عدد مرات ظهور الرقم 1 هو ..... بالضبط  
عدد مرات ظهور الرقم 2 هو ..... بالضبط  
عدد مرات ظهور الرقم 3 هو ..... بالضبط  
عدد مرات ظهور الرقم 4 هو ..... بالضبط  
عدد مرات ظهور الرقم 5 هو ..... بالضبط  
عدد مرات ظهور الرقم 6 هو ..... بالضبط

### التمرين الخامس

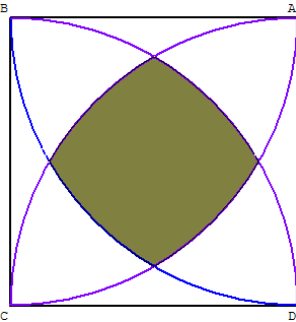
عند حساب العبارة:  $x = \sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}}$

باستخدام آلة حاسبة وجدنا  $x = 2.9999999999999999$ .

احسب القيمة المضبوطة للعدد  $x$ ؟

### التمرين السادس

في الشكل المقابل:  $ABCD$  مربع طول ضلعه  $a$  والمنحنيات الواصلة بين رؤوسه المتقابلة هي أربع دوائر.  
احسب المساحة المظلمة بدلالة  $a$ .



النهاية.