

Camp d'entraînement de préparation aux OAM 2022

Test 1

18.09.2022

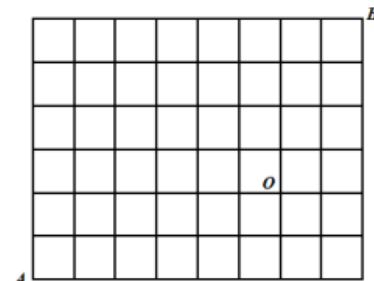
durée 1h30

Thème 1 : Combinatoire

Exercice 1 (3 points)

Les traits du quadrillage ci-contre représentent les rues d'une ville.
Un promeneur veut se rendre de A à B, en suivant les rues.

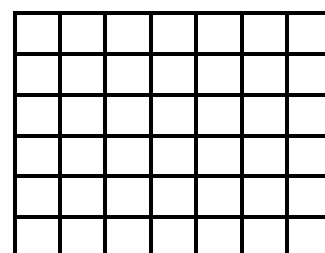
- 1) Déterminer le nombre de chemins minimaux (mouvements vers la droite ou vers le haut) de A à B.
- 2) Déterminer le nombre de chemins minimaux de A à B en passant par le point O.



Exercice 2 (4 points)

On considère une grille rectangulaire 6 x 7.

- 1) Combien peut-on compter de rectangles sur cette grille ?
- 2) Combien peut-on compter de rectangles 3 x 5 sur cette grille ?
- 3) Combien peut-on compter de carrés de 3 x 3 sur cette grille ?
- 4) Combien peut-on compter de carrés sur cette grille ?



Exercice 3 (2 points)

De combien de manières peut-on inscrire 10 étudiants de même spécialité dans 4 groupes différents de la même spécialité ?

Exercice 4 (4 points)

Le gendarme d'un poste de contrôle remet cinq cartes d'identité dans l'obscurité totale à cinq passagers au hasard.

Quel est le nombre de façons pour que :

- 1) Un seul passager reçoit sa carte.
- 2) Seuls deux reçoivent leurs cartes.
- 3) Seuls trois reçoivent leurs cartes.
- 4) Aucun passager ne reçoit sa carte.

Exercice 5 (3 points)

- 1) Montrer que dans une classe de 50 élèves, il existe au moins 5 élèves qui sont nés le même mois.
- 2) Quel est le minimum de personnes pour être sûr que 7 sont nées le même mois ?

Exercice 6 (4 points)

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sum_{k=0}^n C_n^k U_k \end{cases}$$

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq n!$.