Rallye de Mathématiques 2017

Présélection | **Niveau Sixième** | **26 février 2017** **Durée 60 min**

Cette épreuve est un questionnaire à choix multiples constitué de 30 questions : chacune comporte quatre réponses, une et une seule étant exacte. Les réponses sont à inscrire dans le tableau de réponses.
Toute réponse exacte rapporte 4 points. Toute réponse erronée enlève 1 point. Toute absence de réponse ne rapporte aucun point. Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Un éventuel total négatif sera ramené à 0.

Calculatrice non autorisée.

Exercice 1

On sait que $\frac{111111}{1001}=111$ alors le nombre $\frac{333333}{1001}+\frac{888888}{2002}$ vaut :

a) **888** b) **1111** c) **12221** d) **777**

Exercice 2

Mohamed écrit, dans une feuille, le plus petit entier naturel dont le produit des chiffres vaut 36. Alors la somme des chiffres écrits par Mohamed est :

a) **6** b) **12** c) **13** d) **9**

Exercice 3

Le nombre d'entiers positifs n tels qu'à la fois $\frac{n}{3}$ et $3n$ soient des nombres entiers de trois chiffres est :

a) **12** b) **22** c) **33** d) **100**.

Exercice 4

Soit S le nombre de carrés parmi les entiers de 1 à 2017^6 et soit Q le nombre de cubes parmi les mêmes entiers. Laquelle des égalités suivantes est vraie :

a) $S=Q$ b) $2S=3Q$ c) $S^3=Q^2$ d) $S=2017Q$

Exercice 5

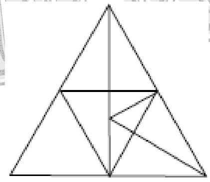
Un touriste, rentre dans une petite boutique du Ksar et dit au patron « donne moi la somme d'argent que j'ai et je te donne **1000** ouguiyas » le patron réfléchit et accepte. Le touriste recommence avec un autre boutiquier qui accepte à nouveau. A la troisième boutique le touriste réitère de nouveau sa demande et elle est acceptée, mais il constate, à sa sotie de la troisième boutique que ses poches étaient vides. La somme dont-il disposait avant de s'introduire dans la première boutique est de :

a) **900 ouguiyas** b) **875 ouguiyas** c) **950 ouguiyas** d) **800 ouguiyas**

Exercice 6

Le nombre de triangles dans la figure ci-contre est de :

a) **19** b) **18** c) **23** d) **22**



Exercice 7

f est une fonction numérique qui possède les deux propriétés suivantes : f est périodique de période 5 et la restriction de f à l'intervalle $[-3;2[$ est $f(x)=x^2$. Alors $f(2017)$ est égal à :

a) **0** b) **4** c) **9** d) **1**

Exercice 8

Soit $\mathbf{ABCD}$ un rectangle et $\mathbf{T}$ un point à l'intérieur de $\mathbf{ABCD}$ tel que $\mathbf{TA = 126}$, $\mathbf{TB = 112}$ et $\mathbf{TC = 32}$. Que vaut $\mathbf{TD}$?

a) $\mathbf{44}$, b) $\mathbf{55}$, c) $\mathbf{66}$, d) $\mathbf{77}$

Exercice 9

Deux triangles équilatéraux ont même centre et leurs cotés sont parallèles. L'aire de l'un est le double de l'aire de l'autre. Le côté du plus petit vaut $\mathbf{1}$. Quelle est la distance entre les cotés parallèles ?

a) $\frac{\sqrt{3}}{12}$, b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6}$, c) $\sqrt{2}$, d) $\frac{\pi}{6}$

Exercice 10

Si $\mathbf{x+y=3}$ et $\mathbf{x^3+y^3=9}$ quelle est la valeur de $\mathbf{xy}$?

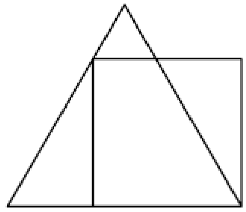
a) $\sqrt{3}$, b) $\sqrt{6}$, c) $\mathbf{2}$, d) $\mathbf{-2}$

Exercice 11

Combien d'entiers sont strictement compris entre $\mathbf{2017\times2017}$ et $\mathbf{2016\times2017}$?

a) $\mathbf{1}$, b) $\mathbf{2}$, c) $\mathbf{2016}$, d) $\mathbf{2017}$

Exercice 12



La figure représente un triangle équilatéral et un carré dont trois sommets sont sur le triangle.
Si le périmètre du carré est $\mathbf{4}$, alors le périmètre du triangle vaut :

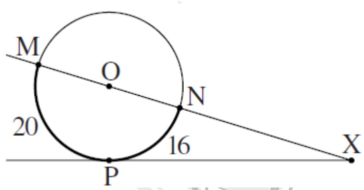
a) $\mathbf{5}$, b) $\mathbf{3-\sqrt{3}}$, c) $\mathbf{3+\sqrt{3}}$, d) $\mathbf{4+\sqrt{3}}$

Exercice 13

Dans un triangle $\mathbf{PQR}$, rectangle en $\mathbf{P}$, les bissectrices des angles aigus se coupent en $\mathbf{K}$. Si la distance de $\mathbf{K}$ à l'hypoténuse est $\sqrt{8}$, quelle est la distance de $\mathbf{K}$ à $\mathbf{P}$?

a) $\mathbf{5}$, b) $\sqrt{3}$, c) $\sqrt{15}$, d) $\mathbf{4}$

Exercice 14



Sur la figure ci-contre la droite $\mathbf{(XP)}$ est tangente en $\mathbf{P}$ au cercle de centre $\mathbf{O}$ et de diamètre $\mathbf{[MN]}$. Si les longueurs des arcs sont respectivement $\mathbf{20}$ et $\mathbf{16}$, combien vaut l'angle $\widehat{\mathbf{MXP}}$?

a) $\mathbf{10°}$, b) $\mathbf{15°}$, c) $\mathbf{19°}$, d) $\mathbf{24°}$

Exercice 15

Dans le rectangle $\mathbf{KLMN}$, la longueur du coté $\mathbf{[LM]}$ est égale à la moitié de la longueur de la diagonale $\mathbf{[KM]}$. Soit $\mathbf{P}$ le point de $\mathbf{(MN)}$ tel que $\mathbf{KP = PM}$. Combien vaut l'angle $\widehat{\mathbf{MKP}}$?

a) $\mathbf{20°}$, b) $\mathbf{17.5°}$, c) $\mathbf{29°}$, d) $\mathbf{30°}$

Exercice 16

Sachant que $\mathbf{\sin t = \frac{5}{13}}$ et que $\mathbf{0 < t < \frac{\pi}{2}}$, $\mathbf{\sin 2t}$ vaut

A) $\frac{120}{169}$, B) $\frac{10}{13}$, C) $\frac{12}{13}$, D) $\frac{14}{61}$

Exercice 17

Sachant que $\mathbf{\tan t = \frac{1}{2}}$ et que $\mathbf{0 < t < \frac{\pi}{2}}$, $\mathbf{\cos t}$ vaut

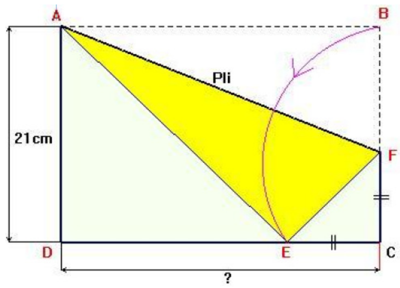
a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$, b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$, c) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, d) $\frac{4}{5}$

Exercice 18

Une feuille de papier a la forme d'un rectangle $\mathbf{ABCD}$ de largeur $\mathbf{21cm}$. On plie ce rectangle de selon la droite $(\mathbf{AF})$ de façon à amener le $\mathbf{B}$ en un point $\mathbf{E}$ du segment $[\mathbf{CD}]$ tel que le triangle $\mathbf{EFC}$ soit rectangle isocèle en $\mathbf{C}$.

La longueur $\mathbf{DC}$ de la feuille est égale à :

a) $\mathbf{25}$ b) $\mathbf{21\sqrt{3}}$ c) $\mathbf{22}$ d) $\mathbf{21\sqrt{2}}$



Exercice 19

La courbe de la fonction $\mathbf{f}$ définie par $\mathbf{f(x)=\dfrac{x^2-3x-2}{x-1}}$ admet pour centre de symétrie le point :

a) $(-1,2)$, b) $(1,-3)$, c) $(0,3)$, d) $(1,-1)$

Exercice 20

$\mathbf{A,B,C}$ sont trois points donnés du plan. L'application qui à tout point du plan associe le point $\mathbf{M'}$ tel que $\overrightarrow{\mathbf{MM'}}=3\overrightarrow{\mathbf{MA}}-\overrightarrow{\mathbf{MB}}+2\overrightarrow{\mathbf{MC}}$ est une :

a) translation b) rotation c) réflexion d) homothétie

Exercice 21

La courbe de la fonction $\mathbf{f(x)=\dfrac{2x^2-x+3}{x^2-4}}$ admet :

a) Trois asymptotes b) Deux asymptotes, c) Une asymptote d) Quatre asymptotes

Exercice 22

L'équation $\mathbf{|x^2-x|-|x+3|-5=0}$ admet dans $\mathbb{R}$:

a) Trois solutions b) Deux solutions, c) Une solutions d) Quatre solutions

Exercice 23

L'équation $\mathbf{x^3-9x-10=0}$ admet dans $\mathbb{R}$:

a) Trois solutions distinctes b) Deux solutions, c) Une solutions d) Aucune solution

Exercice 24

$\mathbf{m}$ est un paramètre réel et $\mathbf{f_m}$ la fonction définie par : $\mathbf{f_m(x)=\dfrac{mx^2-(2-m)x+3-2m}{x^2+4}}$.

Les courbes $\mathbf{C_{f_m}}$ passent toutes par:

a) Trois points fixes b) Deux points fixes, c) Un point fixe d) Aucun point fixe

Exercice 25

$\mathbf{A,B,C}$ sont trois points donnés du plan et $\mathbf{k}$ un réel. L'application qui à tout point du plan associe le point $\mathbf{M'}$ tel que $\overrightarrow{\mathbf{MM'}}=2\overrightarrow{\mathbf{MA}}-\mathbf{k}\overrightarrow{\mathbf{MB}}+(2-3\mathbf{k})\overrightarrow{\mathbf{MC}}$ est une translation pour :

a) $\mathbf{k=0}$, b) $\mathbf{k=2}$, c) -3, d) $\mathbf{k=1}$

Exercice 26

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On donne les points $\mathbf{A(1,-2)}$, $\mathbf{B(7,2)}$ et $\mathbf{C}$ Si le triangle $\mathbf{ABC}$ est rectangle isocèle en $\mathbf{C}$ et direct alors les coordonnées de $\mathbf{C}$ sont :

a) $(1,-2)$, b) $(1,3)$, c) $(0,-3)$, d) $(2,3)$

Exercice 27

Si $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ sont deux nombres réels, laquelle des affirmations suivantes est toujours vraie ?

a) $\mathbf{x\ge 0}$ entraine $\mathbf{x^2\ge x}$ b) $\mathbf{x\ge 1}$ entraine $\mathbf{x^2\ge x}$, c) $\mathbf{x\ge y}$ entraine $\mathbf{x^2\ge y^2}$, d) $\mathbf{x>y}$ entraine $\mathbf{x^2\ge xy}$

Exercice 28

La somme $\mathbf{S = 1 + 25 + 49 + 73 + ... + 2017}$ vaut :

a) $\mathbf{74856}$, b) $\mathbf{84756}$, c) $\mathbf{65784}$, d) $\mathbf{75684}$

Exercice 29

On considère un triangle $\mathbf{ABC}$ et les points $\mathbf{B'}, \mathbf{C'}$ tels que : $\overrightarrow{\mathbf{AB'}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\mathbf{AC}}$, $\overrightarrow{\mathbf{AC'}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{\mathbf{AB}}$, $\mathbf{D}$ l'intersection de $(\mathbf{BB'})$ et $(\mathbf{CC'})$ et $\mathbf{I}$ le milieu de $[\mathbf{BC}]$. On peut affirmer à propos de $\mathbf{D}$:

a) $\mathbf{DA = DI}$, b) $\mathbf{AD} = \frac{4}{9}\mathbf{AI}$, c) $\mathbf{AD} = \frac{3}{7}\mathbf{AI}$, d) $\mathbf{D}$ n'est nécessairement $(\mathbf{AI})$.

Exercice 30

À partir de deux sommets opposés d'un carré, on trace deux cercles tangents de même rayon *R*. À partir des deux autres sommets du carré, on trace deux autres cercles de rayon *r*, tangents aux deux grands cercles.

Combien vaut le rapport $\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{r}}$?

a) $\mathbf{2}$ b) $\sqrt{\mathbf{5}}$ c) $\mathbf{1} - \sqrt{\mathbf{2}}$ d) $\mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{2}}$

Fin.