الدالة اللوغاريتمية النبيرية

1. تعريف

دالة اللوغاريتم النبيري هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ التي تنعدم عند $x=1$

والتي مشتقتها هي الدالة $x \mapsto \frac{1}{x}$ ونرمز لها بالرمز $\ln$.

2. نتائج مباشرة

1) الدالة $\ln$ معرفة على $]0;+\infty[$.

2) $\ln(1)=0$.

3) الدالة$\ln$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ومشتقتها $(\ln x)'=\frac{1}{x}$ لكل x من $]0;+\infty[$.

4) إشارة الدالة $\ln$:

العدد $\ln x$ لـه نفس إشارة $x-1$ لكل عدد حقيقي $x>0$	$\ln x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$ $\ln x=0 \Leftrightarrow x=1$ $\ln x>0 \Leftrightarrow x>1$

5) لكل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$ ، فإن:

$$\begin{gathered} \ln x=\ln b \Leftrightarrow a=b \\ \ln x<\ln b \Leftrightarrow a<b . \end{gathered}$$

6) لكل عدد حقيقي m فإن المعادلة $\ln x=m$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]0;+\infty[$ هو $x=e^m$

7) نرمز بالرمز e للحل الوحيد للمعادلة $\ln x=1$. هذا العدد e يسمى أساس اللوغاريتم النبيري.

$$\boxed{\ln e=1\,;\ e\simeq 2,718...}$$

3) خاصيات جبرية

1.3. الخاصية الأساسية

لكل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$ ، فإن: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$

2.3. نتائج

لكل عددين حقيقيين a و b من $]0;+\infty[$ ، ولكل عدد صحيح p فإن:

$$\ln(\frac{a}{b})=\ln a-\ln b \qquad \ln(\frac{1}{b})=-\ln b$$

$$\ln(a^p)=p\ln a \qquad \ln(\sqrt{a})=\frac{1}{2}\ln a$$