Bac Blanc Epreuve de Maths

Niveau : 7D *Durée :4h* *Proposée le 24 mai 2018 de 8h à 12h*

Exercice 1(3 points)

Pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	(U_n) est une suite arithmétique telle que : $\begin{cases} U_3 = -4 \\ U_{10} = 17 \end{cases}$ alors :	$\begin{cases} U_0 = -13 \\ r = -3 \end{cases}$	$\begin{cases} U_0 = 13 \\ r = 3 \end{cases}$	$\begin{cases} U_0 = -13 \\ r = 3 \end{cases}$
2	(V_n) est une suite géométriques de raison q et de valeurs strictement positives alors la suite $U_n = \ln V_n$ est :	géométrique	arithmétique	ni géométrique ni arithmétique
3	La somme $S = 1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + \cdots + (\frac{1}{2})^{2017}$ est égale à:	$2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2018} - 1\right]$	$2\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]$	$2\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2018}\right]$
4	Si pour tout n: $1 \leq U_n \leq \ln(e - \frac{1}{n+1})$, alors	(U_n) converge vers 0	(U_n) converge vers 1	(U_n) converge vers e
5	X est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $[2,20]$. La probabilité $p_{(x>4)}(5 \leq x \leq 10)$ est égale à:	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{4}$
6	X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$. La probabilité $p(2 \leq x \leq 5)$ est égale à:	$-e^{-5\lambda} + e^{-2\lambda}$	$e^{-5\lambda} - e^{-2\lambda}$	$-\lambda e^{-5\lambda} + \lambda e^{-2\lambda}$

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-dessous en choisissant la bonne réponse.

N°Question	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 - 2z + 10 = 0$

2) On considère le polynôme P définie par :$P(z) = z^3 - (2+2i)z^2 + (10+4i)z - 20i$

a)Calculer $P(2i)$ et Déterminer des nombres complexes a et b tels que pour tout z :
$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$

b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $P(z) = 0$

3) Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé$(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$. On considère les points A ;B et C d'affixes respectives : $2i\,; 1+i$ et $1+3i$.et pour tout $z \neq 1+3i$ on pose :$f(z) = \frac{z-1-i}{z-1-3i}$.

a) Placer les points A ;B et C.

b) Résoudre l'équation $f(z) = -i$. En déduire la nature du triangle ABC.

c) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 des points M d'affixe z tels que $|f(z)| = 1$..

d) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 des points M d'affixe z tels que $f(z)$ est imaginaire pur.

e) Déterminer et construire l'ensemble Γ_3 des points M d'affixe z tels que$|f(z) - 1| = \sqrt{2}$

f) Justifier que le point A est commun aux ensemblesΓ_1 ; Γ_2 et Γ_3.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{(x-2)e^x+2x+4}{e^x+2}$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que pour tout réel x :

$f(x)=x+2-\frac{4e^x}{e^x+2}$ (1) et $f(x)=x-2+\frac{8}{e^x+2}$ (2)

2) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

3) a) Montrer que la courbe C_f admet deux asymptotes obliques Δ_1 et Δ_2 que l'on précisera.

b) Etudier la position relative de Δ_1 ; Δ_2 et C_f.

4) a) Calculer $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f.

b) Tracer Δ_1 ; Δ_2 et C_f.

5) a) Déterminer la primitive F de f telle que F(ln2) = 0

b) Calculer l'aire du domaine plan limité par : Δ_1 ; C_f et les droites d'équations x = 0 et x = ln2.

Exercice 4 (8 points)

1) Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par g(x) = x(1+lnx) – 2lnx

a) Calculer g'(x)

b) Montrer que pour $x>1$ on a $g'(x)>0$ et pour $x<1$ on a $g'(x)<0$

c) Dresser le tableau de variation de g en déduire que pour tout $x>0$ on a : $g(x)\geq 1$

2) Soit $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$; (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $(o,\vec{u},\vec{v})$ d'unité 2cm

a) Calculer les limites de f aux bornes de $]0;+\infty[$

b) Montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ et dresser le tableau de variation de f

c) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α dans $]0;+\infty[$

d) Montrer que $\alpha\in\left]0;\frac{1}{2}\right[$ et donner un encadrement de α d'amplitude 3×10^{-1}.

3) a) Ecrire l'équation de la tangente T au point $x_0=1$

b) Déterminer les points de (C) où la tangente est parallèle à la droite (D) : y = x

4) a) Dresser le tableau de variation de $h(x)=x-1-\ln x$

b) En déduire le signe de h

c) Montrer que : $f(x)-x=(\ln x-1)h(x)$ et préciser la position relative de (C) et T

5) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

b) Tracer (C) et T.

c) Discuter graphiquement et suivant les valeurs de paramètre m le nombre des solutions de l'équation : $1-m-x(1-\ln x)-(\ln x)^2=0$, (On pourra utiliser 3.b).

6) a) Montrer que f réalise une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

b) Dresser le tableau de variation de f^{-1} la réciproque de f et tracer (C') courbe de f^{-1}

7) a) En utilisant une intégration par parties ; calculer les intégrales :

$$I_1=\int_1^e x\ln x\,dx \quad\text{et}\quad I_2=\int_1^e(\ln x)^2dx$$

b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine limité par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations x = 0 , y = 0.

Fin.