ECOLES PRIVEES
ELMAARIF- ERRAJA

مدارس
الرجاء والمعارف الحرة

Classes :7D	**Devoir de Mathématiques**	Durée : 4H	20/11/2016

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie du candidat.

Exercice 1 (3 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner (sans justification), la réponse qui lui correspond.

N°	Questions	Réponses			
		a	b	c	d
1	La forme algébrique de $(4+i)(2-3i)$ est	$-10i+11$	$8-3i$	$8+3i$	$11-10i$
2	Le module de $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^3}{2+2i}$ est	$\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$	$\dfrac{4}{3\sqrt{2}}$	$2\sqrt{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{8}}$
3	Un argument de $z=(-1+i)e^{i\frac{\pi}{3}}$ est	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{13\pi}{12}$	$-\dfrac{\pi}{3}$	π
4	L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\lvert z-2+3i\rvert=\lvert 1+2i\rvert$ est	un cercle de rayon 2	un cercle de centre (2,3)	un cercle de rayon $\sqrt{5}$	La médiatrice d'un segment
5	Si $\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, alors le triangle ABC est	isocèle	équilatéral	rectangle	rectangle isocèle
6	Si $A=\dfrac{e^{i3x}+e^{-i3x}}{6}$, alors	$A=\dfrac{1}{6}\cos 3x$	$A=\cos 3x$	$A=(\cos x)^3$	$A=\dfrac{1}{3}\cos 3x$

Exercice 2 (5 points)

1.a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-2z+2=0$.
b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2-z\sqrt{6}+2=0$.

2.a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres $u=1+i$, $v=\sqrt{6}+i\sqrt{2}$ et $w=\dfrac{1+i}{\sqrt{6}+i\sqrt{2}}$.

b) Ecrire w sous forme algébrique.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

3) Justifier les affirmations suivantes :
a) Le nombre w^{2016} est un réel positif.
b) Le nombre u^{2018} est imaginaire pur.

Exercice 3 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

1) Soient les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = 3$, $z_B = -3i$, $z_C = 3i$ et $z_D = 3+6i$.

a) Placer les points A, B, C et D dans le repère.

b) Déterminer l'affixe du point E tel que A soit le milieu de $[EB]$.

c) Préciser la nature des quadrilatères ABCD et ACDE.

d) Calculer $Z = \dfrac{z_C - z_B}{z_C - z_E}$ et interpréter graphiquement.

2) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 9z - 27$.

a) Calculer $P(3)$.

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$.

c) Résoudre l'équation $P(z) = 0$.

d) Déterminer la nature du triangle dont les sommets sont les points images des solutions de l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 4 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) Pour tout nombre $z \neq -3i$ on pose : $P(z) = \dfrac{z+1+2i}{z+3i}$.

a) Donner la forme algébrique de chacun des nombres $z_1 = P(2)$, $z_2 = P(1-i)$ et $z_3 = P(-3)$.

b) Résoudre l'équation $P(z) = \dfrac{2+4i}{1+5i}$.

2.a) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|P(z)| = 1$.

b) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $P(z)$ soit imaginaire pur.

c) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|P(z)-1| = \sqrt{2}$.

d) Déterminer et construire Γ_4 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $\left|P\left(iz\right)\right| = 1$.

Présentation : 2 points

Fin.