République Islamique de Mauritanie Ministère de l'Education Nationale et de la Réforme du Système Educatif Direction des Examens et des Concours	**BACCALAUREAT 2022** **Session Complémentaire** Epreuve de MATHEMATIQUES	Série : Sciences Naturelles (Classes Expérimentales) Coefficients : 6 Durée : 4h

Exercice 1 (3 points)

Durant la période des examens, une association de parents d'élèves met à la disposition de ses adhérents, deux lignes téléphoniques. On considère les évènements suivants :

L_1 : « la première ligne est occupée» ; L_2 : « la deuxième ligne est occupée» .

Des statistiques ont montré que $p(L_1)=0,4$, $p(L_2)=0,2$ et $p_{L_2}(L_1)=0,8$.

Pour chacune des questions de cet exercice, une seule des trois réponses proposées est correcte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p\left(\overline{L_1}\right)$ est	0,2	0,6	0,8	0.5 pt
2	La probabilité $p(L_1 \cap L_2)$ est	0,12	0,16	0,24	0.5 pt
3	La probabilité $p_{L_1}(L_2)$ est	0,4	0,6	08	0.5 pt

Lorsque les lignes sont occupées, on a la possibilité de laisser un message vocal. On suppose que la durée T de ces messages, exprimée en secondes, est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur l'intervalle $]0;60]$

4	La probabilité $p(T \geq 25)$ est	$\frac{7}{12}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{25}{12}$	0.5 pt
5	La probabilité $p(T < 10)$ est	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	0.5 pt
6	La probabilité $p_{T\geq 10}(T \leq 25)$ est	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$	0.5 pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :

$$P(z)=z^3-(5+4i)z^2+(1+16i)z+3-12i\,.$$

1.a) Vérifier que $(4-2i)^2=12-16i$ — 0,5pt

b) Calculer $P(1)$ et déterminer les nombres complexes a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C}$,
$P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$ — 0,5pt

c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z)=0$. — 0,75pt

2° Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A=1$, $z_B=3i$ et $z_C=4+i$ — 0,75pt

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un parallélogramme. — 0,5pt

3° Pour tout nombre complexe $z \neq 4+i$, on pose $f(z)=\dfrac{z-3i}{z-4-i}$.

a) Calculer $f(1)$, puis en déduire la nature du triangle ABC. — 0,5pt

b) Déterminer et construire l'ensemble Γ_1 de points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$ — 0,5pt

c) Déterminer et construire l'ensemble Γ_2 de points M du plan d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. — 0,5pt

d) Montrer que le point A appartient aux ensembles Γ_1 et Γ_2. — 0,5pt

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-1)e^{x}+x$. On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1° Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=xe^{x}+1$.

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=1$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$. — 1 pt

b) Calculer $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de h. — 1 pt

c) Montrer que $h(x)$ est positive pour tout réel x. — 0,5pt

2.a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$. Interpréter graphiquement. — 0,75pt

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ et que la droite (Δ) d'équation $y=x$ est une asymptote oblique à Γ. — 0,75pt

c) Etudier la position relative entre (Δ) et Γ — 0,5pt

3.a) Montrer que $f'(x)=h(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$ — 0,5pt

b) Dresser le tableau de variation de f. — 0,5pt

c) Construire (Δ) et Γ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. — 0,5pt

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{x+1+\ln x}{x}$, et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^{+}} f(x)=-\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat. — 1 pt

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ et déduire que la courbe (C) admet une asymptote (D) à préciser. — 1 pt

2.a) Montrer que $f'(x)=-\frac{\ln x}{x^{2}}$. — 0,5 pt

b) Dresser le tableau de variation de f. — 0,5pt

c) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet, dans $]0;+\infty[$, une unique solution x_0 et que $0,27<x_0<0,28$. — 0,5pt

3° Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=]0;1]$.

a) Montrer que g est une bijection de I sur un intervalle J que l'on déterminera. — 0,25pt

b) Dresser le tableau de variation de g^{-1}. — 0,5pt

4.a) Construire (D), (C) et (C'), où (C') est la courbe représentative de g^{-1}. — 0,5pt

b) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation E_m : $(m-1)x=1+\ln x$. — 0,25pt

5.a) Montrer que $\int_{1}^{e}\frac{\ln x}{x}dx=\frac{1}{2}$. — 0,5pt

b) En déduire l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=e$. — 0, 5pt

Fin.