**République Islamique de Mauritanie**
**Ministère de l'Education et de la Réforme du Système d'Enseignement.**
**Commission Nationale pour les Mathématiques et les Sciences « MEWAHIB »**

# Olympiades Nationales de Mathématiques 2025

**2nd tour** **Niveau 7C** **23 février 2025**
**Durée 4h**

*L'épreuve est notée sur 100 points. Elle est composée de 4 exercices indépendants.*
*Toute réponse doit être justifiée et les solutions partielles seront examinées.*
**Calculatrice non autorisée**

## Exercice 1 (25 points)

**Soit $p_1$ et $p_2$ deux nombres premiers distincts.**

**Montrer que : $(p_1p_2) \mid (p_1^{p_2-1} + p_2^{p_1-1} - 1)$.**

## Exercice 2 (25 points)

**On considère la suite $(u_n)$ définie par $u_0 = a$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} + 3u_n = 2^n$ avec $a \in \mathbb{R}$.**

**Déterminer le réel a pour que la suite $(u_n)$ soit strictement croissante.**

## Exercice 3 (25 points)

**Dans une grille de 4x4, les cellules sont remplies avec les nombres (1) et ( -1) de sorte que la somme de chaque ligne soit nulle et la somme de chaque colonne soit nulle.**

**De combien de façons différentes la grille peut-elle être remplie avec ces conditions ?**

## Exercice 4 (25 points)

**ABC un triangle d'angles tous aigus, de côtés $a = BC$, $b = CA$ et $c = AB$. On note I, J et K les pieds des hauteurs issue respectivement de A, B et C et on suppose que a, b et c sont trois entiers consécutifs non nuls.**

**1. Montrer que $BJ = \frac{1}{2}\sqrt{3(b^2-4)}$. Exprimer les distances AK, BI et CJ en fonction de b.**

**2. On suppose que $\angle ACB = 2\angle BAC$, déterminer alors les longueurs des côtés du triangle.**

**Fin.**