

Rallye de Mathématiques 2025

Présélection Régionale

Niveau Sixième

26 janvier 2025

Durée 60 min

Cette épreuve est un questionnaire à choix multiples constitué de 20 questions : chacune comporte quatre réponses, une et une seule étant exacte. Les réponses sont à inscrire dans un tableau de réponses.

Toute réponse exacte rapporte 4 points. Toute réponse erronée enlève 1 point. Toute absence de réponse ne rapporte aucun point. Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse. Un éventuel total négatif sera ramené à 0.

Calculatrice non autorisée.

Exercice 1

La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, de terme général $u_n = \frac{2n + \cos n}{-n + \sin n}$:

- a. converge vers -2 b. converge vers -1 c. converge vers 2 d. diverge

Exercice 2

Soit $f(x) = \frac{2 \sin x - \sqrt{2}}{x - \frac{\pi}{4}}$. Alors $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = \dots$

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $-\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}$

Exercice 3

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ alors $g(x) = \frac{(x+2)}{x} f(x+3)$ est définie sur :

- a. $\mathbb{R}^* \setminus \{-2\}$ b. $\mathbb{R} \setminus \{-2; -3\}$ c. $\mathbb{R}^* \setminus \{4\}$ d. $\mathbb{R}^* \setminus \{2\}$

Exercice 4

On considère la matrice $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & p & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} q & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Si $c_{2,1} = 11$ et $c_{2,3} = 5$ alors

- a. $p = 11$ et $q = 3$ b. $p = -11$ et $q = 4$ c. $p = 3$ et $q = 11$ d. $p = -4$ et $q = -11$

Exercice 5

Si $S_n = 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^n}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 2025$ alors $p = \dots$

- a. $\frac{2023}{2024}$ b. $\frac{2024}{2023}$ c. $\frac{2024}{2025}$ d. $\frac{2025}{2024}$

Exercice 6

Soit $f(x) = \frac{(2x-3)(\sqrt{x}-1)}{2x^2+x-3}$ et g est le prolongement par continuité de f en 1, alors $g(1) = \dots$

- a. 0 b. $\frac{1}{10}$ c. $-\frac{1}{10}$ d. $+\infty$

Exercice 7

Dans un triangle ABC d'angles aigus, $AB = \dots$

- a. $AC \times \cos \hat{C} + BC \times \cos \hat{C}$ b. $BC \times \cos \hat{A} + AC \times \cos \hat{B}$
 c. $AC \times \cos \hat{A} + BC \times \cos \hat{B}$ d. $AB \times \cos \hat{A} + AB \times \cos \hat{B}$

Exercice 8

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) = \dots$

- a. -2 b. -1 c. $-\infty$ d. $+\infty$

Exercice 9

La somme $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i 2$ est égale à :

- a. $n(n+1)$ b. $(n-1)(n+1)$ c. n^2 d. $n(n-1)$

Exercice 10

Soient a, b et c des réels tels que $a + b + c = 3$ et $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{10}{3}$ alors $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} = \dots$

- a. 7 b. 13 c. 23 d. 30

Exercice 11

Si a, b et c sont trois réels tels que $a - b + c = 0$ alors : $\frac{c-b}{a} - \frac{a+c}{b} + \frac{a-b}{c} = \dots$

- a. 3 b) -3 c) 9 d) -9

Exercice 12

ABC est un triangle isocèle en C tel que $CA = 6$ et $\angle ACB = 120^\circ$ alors l'aire de ABC est

- a. 36 b. 18 c. $6\sqrt{3}$ d. $9\sqrt{3}$

Exercice 13

A et B sont deux points d'un cercle de centre O et de rayon 4. M est un point de la droite (AB) tel que $OM = 6$ cm alors $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \dots$

- a. 20 b. 24 c. 52 d. 100

Exercice 14

Si le polynôme $3x^3 + \alpha x^2 - 5x - 20$ admet deux racines réelles opposées a et $-a$ alors la troisième racine est :

- a. -6 b. -4 c. 4 d. 6

Exercice 15

$\frac{2}{3} + \frac{8}{9} + \frac{26}{27} + \dots + \frac{3^n - 1}{3^n} = \dots$

- a. $n - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$ b. $n + 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$ c. $n - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$ d. $n + 1 - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$

Exercice 16

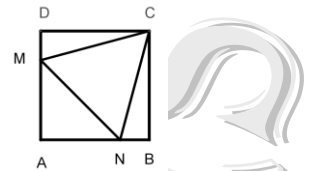
Soient a, b, c, d et e 5 termes consécutifs, strictement positifs, d'une suite géométrique, vérifiant $e - d = 576$ et $b - a = 9$. La valeur de la somme $a + b + c + d + e$ est

- a. $\frac{1023}{4}$ b. $\frac{1025}{4}$ c. 1023 d. 1025

Exercice 17

Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré et CMN est un triangle équilatéral. Si l'aire du carré ABCD est égale à 1. Alors l'aire du triangle CMN est égale à :

- a. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ b. $2\sqrt{3} - 3$ c. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d. $\frac{\sqrt{2}}{3}$



Exercice 18

Soient x, y et z trois réels tels que $x - 2y + 3z = 280$ et $3x + 6y + z = 720$ alors $x + y + z = \dots$

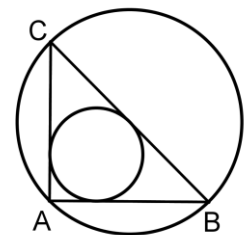
- a) 120 b) 150 c) 220 d) 250

Exercice 19

Sur la figure ci-contre, le triangle ABC est isocèle rectangle en A. Le cercle inscrit dans ce triangle est de rayon r .

Si le cercle circonscrit à ABC a pour rayon R . Alors le rapport $\frac{R}{r}$ est égal à :

- a. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ b. $1 + \sqrt{2}$ c. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ d. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$



Exercice 20

Si f est une fonction telle que $f\left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}f(x) + 3$ et $f(0) = 0$ alors $f(2) = \dots$

- a. 5 b. 13 c. -83 d. -90

Fin.