

Composition Du Deuxième TrimestreEpreuve de MathématiquesExercice 1 : (5 Points)

Soit ABCD un losange de centre O .On place E et F tels que : $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ et $\overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{CD}$

La droite (EF) coupe la droite (AD) en M et la droite (BC) en N.

- Montrer que O est le milieu de [EF].
- Etablir que E et F partagent [MN] en trois segments de même longueur.
- Montrer que le triangle DBN est rectangle, et que F est son centre de gravité.

Exercice 2 : (7 Points)

I) Soient O un point du plan, \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. On pose $\overline{OA} = \vec{u} + \vec{v}$, $\overline{OB} = 2\vec{u} - \vec{v}$ et $\overline{OC} = 4\vec{u} - 5\vec{v}$. Montrer que les points A, B et C sont alignés.

II) Soit ABC un triangle, I, J et K les milieux respectifs de cotés [BC], [AC] et [AB].

Montrer que

- $\overline{AK} + \overline{BI} + \overline{CJ} = \vec{0}$
- $\overline{AI} + \overline{BJ} + \overline{CK} = \vec{0}$.

III) Soit ABCD un parallélogramme. On désigne par : E le barycentre de (A, 2) et (B, 1), F celui de (B, 2) et (C, 1), G celui de (C, 2) et (D, 1) et H celui de (D, 2) et (A, 1).

Faire une figure et montrer que EFGH est un parallélogramme.

Exercice 3 : (4 Points)

Soit $P(x) = 4x^3 + x^2 - 11x + 6$ et $Q(x) = x^4 + 2x^3 - x - 2$.

- Vérifier que 1 et -2 sont solutions de l'équation $P(x) = 0$ et de l'équation $Q(x) = 0$.
- Déterminer les autres solutions de chacune de ces deux équations.
- Déterminer le signe de l'expression $x^4 + 6x^3 + x^2 - 12x + 4$.

Exercice 4 : (4 Points)

1) Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$. On suppose que P admet trois racines distinctes α , β et γ .

Sans calculer ces racines, calculer $\alpha + \beta + \gamma$, $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta + \gamma\alpha + \beta\gamma$ et $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

2) Existe-t-il trois réels α , β et γ tels que $\alpha + \beta + \gamma = 5$, $\alpha\beta\gamma = -1$ et $\alpha\beta + \gamma\alpha + \beta\gamma = 3$?

.... Fin

Composition Du Deuxième TrimestreEpreuve de MathématiquesExercice 1 : (5 Points)

Soit ABCD un losange de centre O .On place E et F tels que : $\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$ et $\overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{CD}$

La droite (EF) coupe la droite (AD) en M et la droite (BC) en N.

- Montrer que O est le milieu de [EF].
- Etablir que E et F partagent [MN] en trois segments de même longueur.
- Montrer que le triangle DBN est rectangle, et que F est son centre de gravité.

Exercice 2 : (7 Points)

I) Soient O un point du plan, \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. On pose $\overline{OA} = \vec{u} + \vec{v}$, $\overline{OB} = 2\vec{u} - \vec{v}$ et $\overline{OC} = 4\vec{u} - 5\vec{v}$. Montrer que les points A, B et C sont alignés.

II) Soit ABC un triangle, I, J et K les milieux respectifs de cotés [BC], [AC] et [AB].

Montrer que

- $\overline{AK} + \overline{BI} + \overline{CJ} = \vec{0}$
- $\overline{AI} + \overline{BJ} + \overline{CK} = \vec{0}$.

III) Soit ABCD un parallélogramme. On désigne par : E le barycentre de (A, 2) et (B, 1), F celui de (B, 2) et (C, 1), G celui de (C, 2) et (D, 1) et H celui de (D, 2) et (A, 1).

Faire une figure et montrer que EFGH est un parallélogramme.

Exercice 3 : (4 Points)

Soit $P(x) = 4x^3 + x^2 - 11x + 6$ et $Q(x) = x^4 + 2x^3 - x - 2$.

- Vérifier que 1 et -2 sont solutions de l'équation $P(x) = 0$ et de l'équation $Q(x) = 0$.
- Déterminer les autres solutions de chacune de ces deux équations.
- Déterminer le signe de l'expression $x^4 + 6x^3 + x^2 - 12x + 4$.

Exercice 4 : (4 Points)

1) Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$. On suppose que P admet trois racines distinctes α , β et γ .

Sans calculer ces racines, calculer $\alpha + \beta + \gamma$, $\alpha\beta\gamma$, $\alpha\beta + \gamma\alpha + \beta\gamma$ et $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

2) Existe-t-il trois réels α , β et γ tels que $\alpha + \beta + \gamma = 5$, $\alpha\beta\gamma = -1$ et $\alpha\beta + \gamma\alpha + \beta\gamma = 3$?

.... Fin