Lycée de garçons 2 **Classes : 5C$_{1+2}$**

11/03/2014

Composition du 2^{ém} Trimestre

Epreuve de Mathématiques

Exercice 1: (6 Points)

1) a. Vérifier que : $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

b. Déterminer les couples (x, y) vérifiant : $\begin{cases} x^3 + y^3 = 98 \\ x + y = 2 \end{cases}$

2) x_1 et x_2 sont les racines du polynôme : P(x) = $x^2 - x - 6$ Former une équation du second degré admettant :

$\begin{cases} y_1 = \dfrac{x_1^2 + x_2}{x_2} \\ y_2 = \dfrac{x_1 + x_2^2}{x_1} \end{cases}$ Comme solutions.

3) Soit a et b des réels strictement positifs et distincts. Montrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ et $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Exercice 2: (6 Points)

1) On considère un segment [AB] de milieu I. Prouver que :

bar{(A ; -1), (B ; $\frac{1}{3}$)} = bar{(A ; 2), (I ; -1)}

2) On considère un triangle quelconque ABC avec I le milieu du segment [BC], on définit G_1 et G_2 par

G_1= bar{(A ; -2), (B ; 5), (C ; 5)} et G_2 = bar{(A ; 5), (B ; -2), (C ; 2)}.

a. Prouver que les points A, I et G_1 sont alignés.

b. Prouver que les droites (AG_2) et (BC) sont parallèles.

Exercice 3: (8 Points)

1) Ecrire les sommes vectorielles suivantes à l'aide d'un seul vecteur :

a. $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$ **b.** $4\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{BM}$ **c.** $2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

2) Soit ABC un triangle. I est le milieu de [AB]. J et L sont les points définis par $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.

La parallèle à (AC) passant par J coupe la droite (BC) en K.

a. Exprimer I comme barycentre des points A et B ; et L comme barycentre des points A et C.

b. Exprimer K comme barycentre des points B et C.

c. Démontrer que les points I, K et L sont alignés et déterminer le réel $\propto$ tel que $\overrightarrow{IK} = \propto \overrightarrow{IL}$.

Prof : M^{ed}.Salem / Béye

Lycée de garçons 2 **Classes : 5C$_{1+2}$**

11/03/2014

Composition du 2^{ém} Trimestre

Epreuve de Mathématiques

Exercice 1: (6 Points)

1) a. Vérifier que : $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

b. Déterminer les couples (x, y) vérifiant : $\begin{cases} x^3 + y^3 = 98 \\ x + y = 2 \end{cases}$

2) x_1 et x_2 sont les racines du polynôme : P(x) = $x^2 - x - 6$ Former une équation du second degré admettant :

$\begin{cases} y_1 = \dfrac{x_1^2 + x_2}{x_2} \\ y_2 = \dfrac{x_1 + x_2^2}{x_1} \end{cases}$ Comme solutions.

3) Soit a et b des réels strictement positifs et distincts. Montrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ et $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

Exercice 2: (6 Points)

1) On considère un segment [AB] de milieu I. Prouver que :

bar{(A ; -1), (B ; $\frac{1}{3}$)} = bar{(A ; 2), (I ; -1)}

2) On considère un triangle quelconque ABC avec I le milieu du segment [BC], on définit G_1 et G_2 par

G_1= bar{(A ; -2), (B ; 5), (C ; 5)} et G_2 = bar{(A ; 5), (B ; -2), (C ; 2)}.

a. Prouver que les points A, I et G_1 sont alignés.

b. Prouver que les droites (AG_2) et (BC) sont parallèles.

Exercice 3: (8 Points)

1) Ecrire les sommes vectorielles suivantes à l'aide d'un seul vecteur :

a. $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$ **b.** $4\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{BM}$ **c.** $2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

2) Soit ABC un triangle. I est le milieu de [AB]. J et L sont les points définis par $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.

La parallèle à (AC) passant par J coupe la droite (BC) en K.

a. Exprimer I comme barycentre des points A et B ; et L comme barycentre des points A et C.

b. Exprimer K comme barycentre des points B et C.

c. Démontrer que les points I, K et L sont alignés et déterminer le réel $\propto$ tel que $\overrightarrow{IK} = \propto \overrightarrow{IL}$.

Prof : M^{ed}.Salem / Béye