Commentaire : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées. Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez. La rédaction est importante. Soyez propre et clair.*
Bonne chance …

Composition de fin d'année
2015–2016

- Durée 2 heures
- Date : 30.05.2016

Barème :

Ex1: 4 pts **Ex2:** 4 pts **Ex3:** 6 pts

Ex4: 6 pts

EPREVE DE MATHEMATIQUE

Exercice 1 :

Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on donne les points $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$ et $C(5;1;3)$.

1. **Démontrer que le triangle *ABC* est rectangle.**
2. **Démontrer que le point $H(1;7;5)$ est un point du plan (ABC).**
3. **Soit le point $D(9;16;-6)$. Démontrer que la droite (DH) est perpendiculaire au plan (ABC)**
4. **Calculer le volume du tétraèdre *ABCD*.**

Exercice 2 :

1. **Sans utiliser la calculatrice, dire lequel des nombres suivants (a et b) est le plus grand. Justifier.**

$$A = 0{,}459621126 + \frac{1}{0{,}459621126}$$

$$B = 0{,}459621127 + \frac{1}{0{,}459621127}$$

2. **Montrer que :** $\cos^3 x.\sin^2 x = \frac{}{}\left(2\cos x - \cos 5x - \cos 3x\right)$

En déduire les solutions de l'équation

3. **On considère un segment [AB] tel que AB = 4 cm**
Déterminer et tracer l'ensemble E des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} = 10$.

Exercice 3 :

Soit *f* la fonction définie sur 3 – {0 ; –1} par $f(x) = \dfrac{2x^2+2x-1}{x^2+x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

1. **Déterminer les réels *a, b* et *c* tels que pour tout réel *x* appartenant à l'ensemble de définition de *f* on ait :**
$f(x) = a + \dfrac{b}{x} + \dfrac{c}{x+1}$
2. **Montrer que la droite $x = -\dfrac{1}{2}$ est un axe de symétrie pour la courbe (C).**
3. **Etudier alors la fonction *f* sur $\left[-\dfrac{1}{2}\,;0\right[\cup\left]0\,;+\infty\right[$ (cherchez la dérivée puis son signe).**
4. **Tracer (C) en précisant en particulier ses points d'intersections avec l'axe des abscisses et les équations des tangentes en ces points.**

Exercice 4 :

Soit U_n la suite définie pour touts entier naturelle n par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n} \end{cases}$$

1. **Calculer les termes , et**
2. **Montrer que la suite est majorée par 2.**
3. **Montrer par récurrence que la suite est croissante.**
4. **a. Montrer par récurrence que pour touts entier naturelle n :** $U_n = 2\cos\dfrac{\pi}{2^{n+1}}$.

b. En déduire: $\cos\dfrac{\pi}{8}$ adaptée en ordonnée.

…FIN…
Avec nos souhaits de réussite.

Prof: M^{ed}.Salem / Béye