SERI D'EXERCICES

(Barycentre)

Exercice 1:

A et B sont deux points distincts. Construire, s'il existe, le barycentre :
a) G des points pondérés (A ; -1) et (B ; 3)
b) H des points pondérés (A ; 3) et (B ; 3)
c) J des points pondérés (A ; -1) et (B ; -2)
d) K des points pondérés (A ; 6) et (B ;-6)

Exercice 2:

ABC est un triangle. On considère le barycentre A' de (B, 2) et (C, – 3), le barycentre B' de (A, 5) et (C, – 3) ainsi que le barycentre C' de (A, 5) et (B, 2).
Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes.
Indication : on pourra considérer le barycentre G de (A, 5), (B, 2) et (C, – 3).

Exercice 3:

Soit ABCD un parallélogramme de centre O, G le barycentre de (A,2) ; (B,1) et H le barycentre de (C,2) ; (D,1).
a) Faire une figure.
b) Montrer que les droites (AC), (BD) et (GH) sont concourantes.
c) Soit E le barycentre de (G,3) ; (D,1). Montrer que E est le milieu de [AO].

Exercice 4:

$(O,\vec{i},\vec{j})$ **est un repère du plan. On considère les points A(-1;2) ,B(1;3)et C(-5;2) .**
Déterminer les coordonnées des points :
1. G barycentre des points (A,2) et(B,-5).
2. E barycentre des points (B,-3) et(C,2).
3. F barycentre des points (A,-1) et (C,-2).

Exercice 5:

A et B sont deux points distincts. N est le point défini par la relation $\overrightarrow{NA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{NB}$.
1) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{AN}$ **sont colinéaires.**
2) Placer le point N.
3) Exprimer N comme barycentre des points A et B.

Exercice 6:

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M et N sont tels que :
$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ ……….. (1) et $\overrightarrow{CD} + 3\,\overrightarrow{DN} = \vec{0}$ ……….. (2).
1) En utilisant (1). Exprimer $\overrightarrow{AM}$ **en fonction de** $\overrightarrow{AB}$ **. Placer M.**
2) Trouver les réels α et β pour que M soit barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β).
3) En utilisant (2). Exprimer $\overrightarrow{CN}$ **en fonction de** $\overrightarrow{CD}$**. Placer N.**
4) Trouver les réels α ' et β ' pour que N soit barycentre des points pondérés (C, α ') et (D, β ').
5) Justifier que le quadrilatère NCMA est un parallélogramme et que O est le milieu de [MN].

Exercice 7:

1) Placer dans un repère les points A (1, 2), B (– 3, 4) et C (– 2, 5).
Soit G le barycentre des points pondérés (A, 3), (B, 2) et (C, – 4).
2) Quelles sont les coordonnées de G ? Placer G.
3) La droite (BG) passe t-elle par l'origine du repère ? Justifier.

Exercice 8:

ABC est un triangle. Soit G le barycentre de (A, 1), (B, 3) et (C, – 3).
Démontrer que les droites (AG) et (BC) sont parallèles.

SERI D'EXERCICES
(Barycentre)

Exercice 9:

Soit ABC un triangle

1) a- Construire le point G tel que $3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

b- Montrer que A est le barycentre des points pondérés (G,-5) et (B, 2).

c - Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M tel que :

$$3\left\| 3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right\| = 5\left\| -5\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{MB} \right\| .$$

2) Soit H le barycentre des points (A , 3) ; (B , 2) et (C , 5)

a - Montrer que H est le milieu de [GC] .Construire H.

b - Déterminer et construire l'ensemble (E') des points M tel que :

$$\left\| 3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| -5\overrightarrow{MG} + 5\overrightarrow{MH} \right\| .$$

Exercice 10:

Soit ABCD un parallélogramme et I le milieu de [AB]
Les droites (DB) et (CI) se coupent en un point notée G.

1) Démontrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

2) a – Construire le barycentre K du système de points pondérés (A , 1); (B , 1) et (C , –1).

b – Montrer que K aussi est le barycentre du système de points pondérés (G , 3) et (C ,–2).

3) a – Déduire de 1) que A est le barycentre des points pondérés (G , 3); (C , –2) et (D , 1)

b – Montrer que A est le milieu du segment [DK]

4) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tels que :

$$\left\| \overrightarrow{MD} + 3\overrightarrow{MG} - 2\overrightarrow{MC} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \right\|$$

5) a – Pour quelle(s) valeur(s) du réel m le barycentre I_m du système (D , m), (C , –2) et (G ; 3) existe-t-il ?

b – Lorsque I_m existe, montrer que $\overrightarrow{DI_m} = \frac{1}{1+m}\overrightarrow{DK}$.

Exercice 11:

Les bissectrices intérieures d'un triangle ABC coupent les cotes [BC], [AC] et [AB] en I , J et K respectivement. On pose : BC = a ; AC = b ; AB = c

1) Montrer que : $\frac{\text{Aire}(AIB)}{\text{Aire}(AIC)} = \frac{IB}{IC} = \frac{c}{b}$.

En déduire que I est le barycentre de (B , b) et (C , c).
2) Montrer que J est le barycentre de (A , a) et (C , c) et que K est le barycentre de (A , a) et (B , b).
3) Soit D le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC.
Montrer que D est le barycentre de (A , a), (B , b) et (C , c).

Exercice 12:

Soit ABC un triangle et soit M un point intérieur a ce triangle..On désigne par :
a l'aire du triangle MBC
b l'aire du triangle MAC
c l'aire du triangle MAB
Montrer que M est le barycentre de (A , a) , (B , b) et (C , c).
Indication : Intersections des droites , projection orthogonale, Thales.

Bonne Chance.