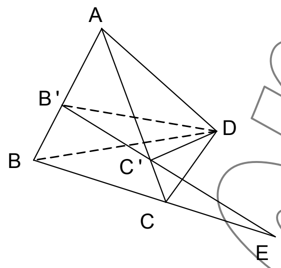
Lycée de garçons II **Année :2016/2017**

Série d'exercices :Géométrie dans l'espace

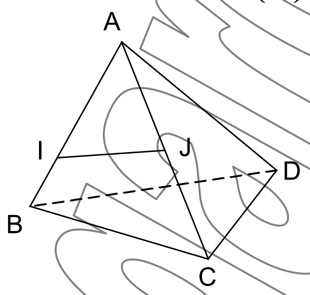
Exercice 1

ABCD est un tétraèdre.
B' est un point de l'arête [AB], distinct de A et de B.
C' est un point de l'arête [AC], distinct de A et de C.
On suppose que les droites (B'C') et (BC) se coupent en E.
Trouver l'intersection des plans (BCD) et (B'C'D).



Exercice 2

ABCD est un tétraèdre, I est un point de [AB] et J est un point de [AC] tels que (IJ) ne soit pas parallèle à (BC). Déterminer l'intersection de la droite (IJ) avec le plan (BCD)



Exercice 3

L'espace est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).

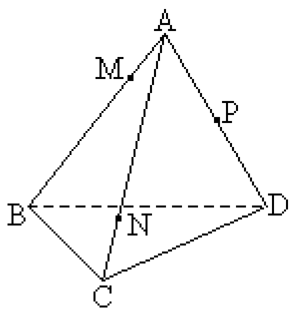
On donne les points A(2,0,0) ; B(-1, $\sqrt{3}$,0) et C(-1,- $\sqrt{3}$,0).

1. **Montrer que ABC est un triangle équilatéral de centre O.**
2. **Déterminer S(0,0,s) de (Oz) avec s > 0 tel que SABC soit un tétraèdre régulier.**
3. **Soit I le milieu de [OS].**

Montrer que le tétraèdre IABC est un trirectangle de sommet I(c'est-à-dire que (IA),(IB) et (IC) sont orthogonales deux à deux) et que de plus IA=IB=IC.

Exercice 4 **Intersection de deux plans**

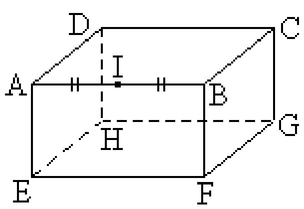
ABCD est un tétraèdre. M est le point de [AB] tel que AM = $\frac{1}{4}$ AB, N est le point de [AC] tel que AN = $\frac{3}{4}$ AC et P le milieu de [AD].



1. **Démontrer que (MN) coupe (BC), que (NP) coupe (CD) et que (MP) coupe (BD).**
2. **On note I, J, K, ces points d'intersection.**
   Démontrer que ces trois points sont alignés.

Exercice 5

Dans ce pavé, I est le milieu de l'arête [AB].
Construire la trace du plan (IEG) sur le pavé.
Quelle est la nature du polygone obtenu ?



Lycée de garçons II Année :2016/2017

Série d'exercices :Géométrie dans l'espace

Exercice 6

Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on donne les points $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$ et $C(5;1;3)$.

1. **Démontrer que le triangle ABC est rectangle.**
2. **Démontrer que le point $H(1;7;5)$ est un point du plan (ABC).**
3. **Soit le point $D(9;16;-6)$. Démontrer que la droite (DH) est perpendiculaire au plan (ABC).**
4. **Calculer le volume du tétraèdre ABCD.**

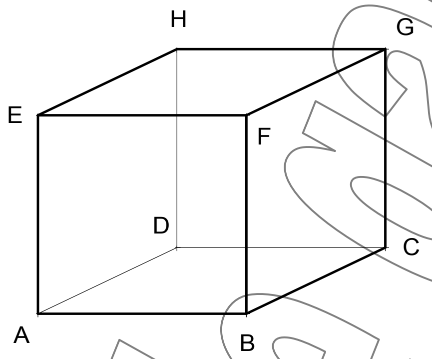
Exercice 7

Dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, on donne les points $A(2;3;0)$, $B(2;3;6)$ et C(4 ;-1 ;2).

1. **Démontrer que tout point M de la droite (AB) a des coordonnées de la forme $(2;3;z)$, où z est un réel.**
2. **Exprimer CM^2 en fonction de z.**
3. **Pour quelle valeur de z, la distance CM est-elle minimale ?.**
4. **En déduire la distance du point C à la droite (AB).**

Exercice 8

Soit ABCDEFGH un cube de côté 3 cm, I, J et K les points tels que
$\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AK}$.



Tous les calculs se feront dans le repère (A ; I ; J ; K).

a) **M est le point de [BC] tel que BM = 1cm et**
N est le point de [HG] tel que NG = 1 cm.
Donne sans justification les coordonnées des points M et N.

b) **Le triangle IMN est–il rectangle ? Justifie.**

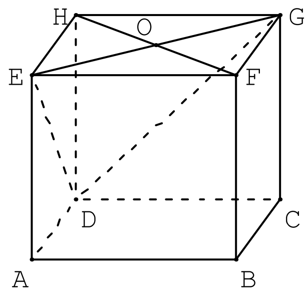
c) **Les vecteurs $\overrightarrow{MI}$, $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{ME}$ sont–ils coplanaires ?**
Le point E est–il dans le plan (MIN) ? Justifie.

d) **Calcule une équation du plan (MIN).**

e) **Soit P le milieu du segment [AG]. P est–il un point du plan (MIN) ? Justifie.**

Exercice 9

ABCDEFGH est un cube, AB = 4 cm.
O est le centre du carré EFGH.



1. Prouver que la droite (OD) est l'intersection des plans (EDG) et (HDBF).

2. a) Dessiner en vraie grandeur le rectangle HFBD, placer O.

b) En calculant tan $\widehat{HDO}$ et tan $\widehat{DBH}$, prouver que (HB) et (OD) sont perpendiculaires.

3. a) Démontrer que (HD) est orthogonale à (EG).

b) En déduire que (EG) est orthogonale au plan (HFBD), puis à (HB).

4. Démontrer que (HB) est orthogonale au plan (DEG).

Prof : M^{ed}.Salem / Béye