

Mohamed Salem / Istiaq

Exercice 9

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation suivante:  $z^{2016} = \bar{z}$

Solution:

$$z^{2016} = \bar{z} \quad (E)$$

on suppose que 0 est solution de K  
(solution évidente ( $0^{2016} = 0$ ))

en suite on suppose  $z \neq 0$

Par passage au module  $|z^{2016}| = |\bar{z}|$

$z$  est réel  $\Rightarrow \bar{z} = z$   
 $\Rightarrow |z|^{2016} = |z|$

on divise par  $|z|$   
 $\frac{|z|^{2016}}{|z|} = \frac{|z|}{|z|} \Rightarrow |z|^{2015} = 1$   
 $\Rightarrow |z| = 1$

On multiplie par  $z$   
 $z \times z^{2016} = z \times \bar{z}$

a partir de la règle

$$z\bar{z} = a^2 + b^2$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

donc  $z\bar{z} = |z|^2$

d'après la règle

$$z^{2017} = |z|^2$$

$$\Rightarrow z^{2017} = 1$$

$$z_k = e^{i \frac{2k\pi}{2017}}$$

$$k \in \{0, 1, \dots, 2016\}$$

Conclusion

(E) admet 2018 solutions différentes

$$S = \{0, z_0, z_1, \dots, z_{2016}\}$$