

Nom: Enissa / yahivdou / Halbe
classe: 7C
école: Erraja:

Exercice
déterminer le reste de la division par 7 du nombre 32^{2015}

Solution:

$$(32)^{2015} = (2^5)^{2015}$$

On détermine le reste de division de 2^n par 7 :

- $2^0 = 1 \equiv 1 [7]$
- $2^1 = 2 \equiv 2 [7]$
- $2^2 = 4 \equiv 4 [7]$
- $2^3 = 8 \equiv 1 [7]$

un cycle de (3):

$$2^3 \equiv 1 [7] \rightarrow (2^3)^k = (1)^k [7]$$

$$* \begin{cases} 2^{3k} \equiv 1 [7] \\ 2^{3k+1} \equiv 2 [7] \\ 2^{3k+2} \equiv 4 [7] \end{cases}$$

On a: $\begin{cases} 5 \equiv 2 [3] \\ 2015 \equiv 2 [3] \end{cases}$

$$5 \times 2015 \equiv 2 \times 2 [3]$$
$$5 \times 2015 \equiv 1 [3]$$

$\because 5 \times 2015$ est type $3k+1$
d'où:

$$2^{5 \times 2015} = 2^{3k+1} \equiv 2 [7]$$

En fin $(32)^{2015} \equiv 2 [7]$

le reste de division de $(32)^{2015}$ par 7 est 2.