

## Camp d'entraînement de préparation aux OAM 2022

Test 2

20.09.2022

durée 1h30

### Thème 2 : géométrie

#### Exercice 1 : (5 points)

Soit  $ABC$  un triangle d'orthocentre  $H$ . Le cercle de diamètre  $[AC]$  et le cercle circonscrit au triangle  $AHB$  se recoupent en  $K$ . Montrer que la droite  $(CK)$  passe par le milieu de  $[HB]$ .

#### Exercice 2 : (7 points)

Soient  $ABC$  un triangle et  $D, E$  deux points appartenant respectivement à  $[AB]$  et  $[AC]$  tels que  $(DE)$  et  $(BC)$  soient parallèles. Soit  $P$  un point à l'intérieur du triangle  $ADE$ . Soient  $F$  et  $G$  les points d'intersection de  $(DE)$  avec respectivement les droites  $(BP)$  et  $(CP)$ . Soit  $Q$  le deuxième point d'intersection des cercles circonscrits aux triangles  $PDG$  et  $PFE$ . Prouver que les points  $A, P$  et  $Q$  sont alignés.

#### Exercice 3 : (8 points)

Soient  $ABC$  un triangle non rectangle tel que  $AB$  soit son côté le plus court et  $H$  son orthocentre. Soit  $\Gamma$  le cercle de centre  $B$  et passant par  $A$ . Soit  $D$  le point où  $(CA)$  recoupe  $\Gamma$ . Soit  $E$  le point où  $\Gamma$  recoupe le cercle  $\Gamma'$  circonscrit au triangle  $BCD$ . Soit  $F$  l'intersection des droites  $(DE)$  et  $(BH)$ .

- 1) Montrer que  $E$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $(BC)$ .
- 2) En déduire que  $H$  appartient à  $\Gamma'$ .
- 3) Montrer que la droite  $(BD)$  est tangente au cercle circonscrit au triangle  $DFH$ .