

## Camp d'entraînement de préparation aux OAM- 2022

Test 4

24.09.2022

Durée 1h30

### Thème 4 : Théorie des nombres

#### Exercice 1 (3 points)

Soit  $m$  un entier naturel non nul. Montrer que la fraction  $\frac{30m+2}{12m+1}$  est irréductible.

#### Exercice 2 (4 points)

Résoudre l'équation  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$  avec  $x, y$  des entiers strictement positifs.

#### Exercice 3 (4 points)

- 1) Calculer le nombre de zéros à la fin de  $130!$
- 2) Déterminer le plus grand entier  $m$  tel que  $2^m \mid 130!$ .

#### Exercice 4 (4 points)

Résoudre le système :

$$\begin{cases} x \equiv 0 [3] \\ x \equiv 2 [5] \\ x \equiv 1 [11] \end{cases}$$

#### Exercice 5 (5 points)

- 1) Montrer que l'inverse de 5 modulo 101 est  $5^{99}$ .
- 2) Justifier que  $5^{99} \equiv 81 [101]$
- 3) Résoudre l'équation  $5x \equiv 31 [101]$ .