**ECOLES PRIVEES**
**ELMAARIF- ERRAJA**

**مدارس**
**الرجاء والمعارف الحرة**

| | | |
|---|---|---|
| **BAC BLANC** | **EPREUVE DE MATHS** | |
| **Classes :7D** | **Durée : 4H** | **23/12/2016** |

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie du candidat.*

## Exercice 1 (3 points)

**Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.**

| N° | Questions | Réponses A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Si $z_1 = \sqrt{3} - i$, alors $\left\|z_1^3\right\| =$ | $3\sqrt{3}$ | $\left(\sqrt{3}-1\right)^3$ | 8 | 27 |
| 2 | Si $z_2 = 2+2i$ ; alors un argument de $\left(\overline{z}_2\right)^2$ est : | $\theta_2 = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ | $\theta_2 = \frac{-\pi}{2}$ | $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ | $\theta_2 = \frac{-\pi}{8}$ |
| 3 | A, B et C trois points d'affixes respectives $z_A$ , $z_B$ et $z_C$ telles que $z_C - z_A = \frac{z_B - z_A}{2}$ , alors : | C est le milieu du segment [AB] | B est le milieu du segment [AC] | A est le milieu du segment [BC] | A,B, et C ne sont pas alignés |
| | Dans tout ce qui suit $\left(u_n\right)$ est une suite à termes strictement positifs, on définit la suite $v_n = \frac{2}{u_n}$ ; | | | | |
| 4 | si ( $u_n$ ) est majorée par 2 alors : | ($v_n$) est majorée par 2 | ($v_n$) est minorée par 2 | ($v_n$) est minorée par 1 | ($v_n$) est bornée |
| 5 | si ( $u_n$ )et ($v_n$) sont adjacentes alors : | $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = 2$ | $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = \sqrt{2}$ | $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = 1$ | $\lim\limits_{n\to\infty} u_n < \lim\limits_{n\to\infty} v_n$ |
| 6 | si ( $u_n$ )est décroissante alors ($v_n$) est: | Croissante | Décroissante | Constante | Non monotone |

**Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :**

| Question n° | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Réponse | | | | | | |

## Exercice 2 (5 points)

**Soit $(u_n)$ et $(v_n)$ les suites numériques définies par :** $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$ **et** $\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1} + v_n}{2} \end{cases}$

**1) Calculer $u_1, u_2$ et $v_1$ , $v_2$.**

**2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $w_n = v_n - u_n$**

**a) Montrer que $w_n$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.**

**b) Exprimer $w_n$ en fonction de n et préciser sa limite.**

**3) Etudier les sens de variations de deux suites $u_n$ et $v_n$, puis démontrer que $(u_n)$ et $(v_n)$ sont adjacentes**

**4) a) Démontrer que la suite $(t_n)$ définie par : $t_n = \frac{u_n + 2v_n}{3}$ est une suite constante.**

**b) En déduire la limite commune de $(u_n)$ et $(v_n)$.**

## Exercice 3 (5 points)

On considère le polynôme $P(z)$ défini pour tout nombre complexe z par : $P(z)=z^3-6z^2+13z-10$.

1) Calculer $P(2)$.

2) Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que : $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$.

3) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-4z+5=0$, et soient $z_1$ et $z_2$ ses solutions telles que $\mathrm{Im}(z_1)>0$.

4) Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé$(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A=2$, $z_B=z_1+i$ et $z_C=z_2-i$

   a) Placer les points A , B et C dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

   b) Que représente le point A pour le segment [BC] ? Justifier par un calcul d'affixes.

   c) Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $Z=\frac{z_C}{z_B}$, puis interpréter graphiquement.

5) Déterminer puis construire dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ les ensembles suivants :

   a) $\Gamma_1$ ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-2|=|z-2-2i|$.

   b) $\Gamma_2$ ensemble des points M d'affixe z tels que $\frac{z-2-2i}{z-2+2i}$ soit imaginaire pur.

   c) $\Gamma_3$ ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-2|=3$.

   d) $\Gamma_4$ ensemble des points M d'affixe z tels que $\arg\left(\frac{z-2-2i}{z-2}\right)=0\,[2\pi]$.

## Exercice 4 (5 points)

On considère la suite complexe $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $z_0=i$ et pour tout entier $n$, $z_{n+1}=\frac{1+i}{2}.z_n$.

Pour $n$ entier naturel, on appelle $M_n$ le point d'affixe $z_n$.

1) Calculer $z_1, z_2, z_3$ et $z_4$.

2) Donner le module et un argument du nombre complexe $\alpha=\frac{1+i}{2}$, puis en déduire sa forme exponentielle.

3) Démontrer que pour tout entier naturel $n$ on a : $z_n=\frac{ie^{i\frac{n\pi}{4}}}{\left(\sqrt{2}\right)^n}$

4) En déduire que la suite $V_n=|z_n|$ est une suite géométrique. Donner son terme général et sa limite.

5) Déterminer les valeurs de $n$ dans les cas suivants :

   a) $M_n$ est un point de l'axe des ordonnées$(oy)$.

   b) $M_n$ appartient à la droite d'équation : $y=x$.

**Présentation : 2 points**

Fin.