Lycée Toujounine 1

05/ 2016 Classe 7D

BAC BLANC

Exercice 1:

Un exercice est composé de n = 5 questions à choix multiples, pour chaque question sont proposées 3 réponses dont une seule est correcte. Un élève répond au hasard aux cinq questions de l'exercice (On suppose l'équiprobabilité)

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de réponses correctes données par cet élève.

1) a- Pour une question (ayant 3 réponses), déterminer la probabilité p de choisir la réponse correcte.

   b-Montrer que X suit la loi binomiale. Déterminer ses paramètres (n, p, q)

2) l'élève choisit au hasard 5 réponses pour les 5 questions, calculer la probabilité de chacun des évènements suivants:

A: Toutes les réponses sont correctes.

B: Exactement deux réponses correctes. C: Aucune réponse correcte

3) a- Donner la loi de probabilité de X b- Calculer l'espérance de X.

Exercice 2

1) On considère le polynôme $P(z) = z^3 - 8z^2 + 30z - 36$ où z est un nombre complexe.

a- Calculer P(2).

b- Déterminer a et b tels que pour tout nombre complexe z on a : $P(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$

c- Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation P(z)=0.

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_1 = 2$, $z_2 = 3 + 3i$, $z_3 = 3 - 3i$

a- Calculer le module et un argument de chacun des nombres z_1, z_2 et z_3.

b- Placer les points A, B et C dans le repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

c- Ecrire sous forme algébrique $\dfrac{z_2}{z_3}$ et déduire la nature du triangle OBC.

3) On pose $f(z) = \dfrac{iz}{z - 3 - 3i}$ Déterminer puis construire les ensembles Γ_k des points M d'affixe z tels que

a) Γ_1 tel que $|f(z)| = 1$. b) Γ_2 tel que $|f(z) - i| = \sqrt{2}$.

c) Γ_3 tel que f(z) soit réel pur . d) Γ_4 tel que $\arg f(z) = \dfrac{\pi}{2}[\pi]$.

Exercice 3:

I) Soit g la fonction définie sur I=]0 ; + ∞[par $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$

1) Calculer les limites de g aux bornes de D_g

2) Calculer g'(x), la dérivée de g(x) et montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J à préciser.

2) Calculer g(1) puis déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle] 0 ; + ∞ [

II) On considère la fonction f définie sur]0 ; + ∞[par $f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln x}{x^2}$ et (*C*) sa courbe dans rapporté à un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. (Unités 2 cm).

1) a- Déterminer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement

b- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(f(x) - x + 1\right)$ et interpréter graphiquement

2)a) Calculer les coordonnées du point d'intersection de l'asymptote oblique (*D*) et la courbe (*C*).

b) Etudier les positions relatives de la courbe (*C*) par rapport à la droite (*D*).

3) a- Montrer que pour tout x strictement positif $f(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

b- Déduire le tableau de variation de f.

3) Tracer dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ la courbe (*C*) .

4) a-Montrer que la fonction H définie par $H(x) = -\dfrac{1}{x}(1 + \ln x)$ est une primitive de la fonction $h(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$

b) Soit $\mathcal{A}$ lair du domaine du plan limité par (*D*), (*C*) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \sqrt{e}$. Calculer en cm^2 la valeur exacte de $\mathcal{A}$.

Exercice 4:

I) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par : $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$ dont le tableau de variation est le suivant

x	$-\infty$	0	$+\infty$
g	$+\infty$ ↘	$g(0)$	↗ $+\infty$

1) Calculer $g(0)$

2) En déduire le signe de g

3) On considère la suite (u_n) définie par $u_n = g(n)$

a- Ecrire (u_n) sous la forme d'une somme d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique.

b-Calculer en fonction de n la somme $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

II) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

On appelle C sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) a- Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^{2x}}$

b- Dresser le tableau des variations de *f*.

3) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera. On note C ' la courbe de la fonction réciproque de f

4) a) Montrer que D: $y = x + 2$ est une asymptote à C au voisinage de $+\infty$.

b) Étudier la position relative de C par rapport à D.

c)Montrer que C admet une branche parabolique à préciser au voisinage de $-\infty$

5) Tracer D, C et C' dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ***FIN.***