ECOLES PRIVEES
ELMAARIF- ERRAJA

مدارس
الرجاء والمعارف الحرة

Composition du 1er trimestre
Epreuve de Maths

Classes :6C | **Durée : 2H** | **25/12/2014**

EXERCICE 1 (3 POINTS)

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r.

On donne $U_6 = 14$ et $U_2 + U_3 + U_4 = 15$.

1.a) Justifier que $U_3 = 5$ puis calculer r et U_0.

b) Exprimer U_n en fonction de n.

2) On pose $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

a) Exprimer S_n en fonction de n.

b) Déterminer n si $S_n = 150$.

EXERCICE 2 (6 POINTS)

On considère les suites numériques (U_n) et (V_n) définies pour tout n de IN^* par:

$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{n+1}{5n} U_n \end{cases} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{1}{n} U_n .$$

1.a) Calculer U_2 , U_3, V_1, V_2. Vérifier que $V_3 = \dfrac{1}{25}$.

b) Montrer par récurrence que $0 \le U_n \le 1$.

c) Montrer que (U_n) est décroissante. Que peut-on déduire ?

2.a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.

b) Montrer que (V_n) est convergente.

3.a) Exprimer V_n fonction de n.

b) Déduire l'expression de U_n en fonction de n. Utiliser cette expression pour recalculer U_2 et U_3.

4.a) Calculer en fonction de n la somme : $S_n = \dfrac{U_1}{1} + \dfrac{U_2}{2} + \dfrac{U_3}{3} + \cdots + \dfrac{U_n}{n}$.

b) Soit $P_n = V_1 \times V_2 \times V_3 \times ... \times V_n$. Montrer que $P_n = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}}$.

EXERCICE 3 (4 POINTS)

Soit un triangle ABC. On définit les points D, E et M de la façon suivante : $\overrightarrow{AD} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ et $M = (CD) \cap (AE)$

1) Construire une figure illustrant les données.

2) Exprimer M comme barycentre des points A, B et C.

3) On définit le point F par $\overrightarrow{CF} = k\overrightarrow{CA}$ déterminer k pour que les droites (CD), (AE) et (BF) soient concourantes.

Choisir l'un des deux exercices suivants

EXERCICE 4A (5 POINTS)

Soit un triangle ABC isocèle en A tel que BC = 4 et $AI = \sqrt{5}$ où I est le pied de la hauteur issue de A. on note K le projeté orthogonal de I sur $[AC]$

1) Faire une figure

2) Calculer la distance AC

3) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AI}$ de deux manières et en déduire la distance AK.

4) Soit H l'orthocentre du triangle ABC

a) Montrer que $\overrightarrow{HI}.\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}$

b) En déduire que le point H' symétrique de H par rapport à (BC) est situé sur le cercle circonscrit au triangle ABC.

EXERCICE 4B (5 POINTS)

Soit $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ un repère orthonormé de l'espace . G l'isobarycentre des points A, B et C

1.a)Déterminer les coordonnées de G.

b) Démontrer que la droite (OG) est perpendiculaire au plan (ABC)

2)On considère les points A'(2 ;0 ;0), B'(0 ;2 ;0) et C'(0 ;0 ;3)

a)Vérifier que les ces trois points définissent un plan.

b) Démontrer que le plan (A'B'C') a pour équation $3x + 3y + 2z = 6$

c) Donner une représentation paramétrique de la droite (AC)

3.a) Calculer les coordonnées du point K commun à la droite (AC) et au plan (A'B'C') .

b)Vérifier que la droite (BC) coupe le plan (A'B'C') en L(0 ;4 ; - 3).

c) Démontrer que les droites (AB), (A'B') et (KL) sont parallèles.

4) Caractériser l'intersection des deux plans (ABC) et (A'B'C') a l'aide des points définis précédemment.

Présentation et rédaction : 2 points

Fin.