ECOLES PRIVEES
ELMAARIF- ERRAJA

مدارس
الرجاء والمعارف الحرة

BAC BLANC	**EPREUVE DE MATHS**	
Classes :7C	**Durée : 4H**	**27/12/2017**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

Exercice 1 (4 points)

On considère les matrices : $A=\begin{pmatrix}-5&2&1&1\\1&1&-2&-1\\0&1&3&-2\\2&4&-1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}8\\7\\9\\5\end{pmatrix}$ et $M=\begin{pmatrix}-27&-25&-1&20\\12&0&6&30\\-6&-50&22&10\\-3&-75&-39&30\end{pmatrix}$

1) Calculer le produit MB.

2) Sachant que $AM=\lambda I_4$, c'est-à-dire que $AM=\begin{pmatrix}\lambda&0&0&0\\0&\lambda&0&0\\0&0&\lambda&0\\0&0&0&\lambda\end{pmatrix}$ **; calculer la valeur du nombre réel λ.**

3) En déduire la matrice inverse de A.

4) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases}-5x+2y+z+t=8\\x+y-2z-t=7\\y+3z-2t=9\\2x+4y-z=5\end{cases}$$

Exercice 2 (5 points)

1) Soit m un entier relatif.

a)Déterminer les valeurs de m tels que $m+2$ divise 5.

b) Déterminer les valeurs de m tels que le nombre $\dfrac{3m+1}{m+2}$ soit un entier relatif.

2) Soit n un entier naturel.

a)Trouvez, suivant les valeurs de n, le reste de la division euclidienne de 2^n par 5.

b) En déduire le reste de la division euclidienne de 2017^{2018} par 5.

3) Soit $X= 2017^{2n+1} + 2018^{2n+1}$ où n est un entier naturel.

a) Montrez que pour tout entier naturel n, X est divisible par 5.

b) Montrez que pour tout entier naturel n, X est divisible par 15.

c) Montrez que pour tout entier naturel n, X est divisible par 269.

Exercice 3 (4 points)

Dans le plan orienté on considère un parallélogramme direct ABCD. Soient ADM ; BAP et ACN des triangles directs rectangles isocèles respectivement en A ; B et C. Les affixes des points A ; B et C sont notées respectivement a ; b et c.

1.a) Placer les données sur une figure.

b) Exprimer en fonction de a ;b et c les affixes respectives p ;n ;m et d des points P ;N ;M et D.

2.a) Montrer que $p-c=i(m-b)$. En déduire que $PC=MB$ et $(PC)\perp(MB)$.

b) Montrer que $BN=MC$ et $(BN)\perp(MC)$.

c) Montrer que les droites (AM) ; (BN) et (CP) sont concourantes.

Exercice 4 (7 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) On pose : $P(z)=z^3-(5+6i)z^2+(-2+22i)z+14-12i$ où z est un nombre complexe.

a) Calculer $P(1+i)$.

b) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout z de $\mathbb{C}$: $P(z)=(z-1-i)(z^2+az+b)$.

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z)=0$.

2) Soient les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=1+i, z_B=1+4i$ et $z_C=3+i$.

a) Placer les points A, B et C sur le repère.

b) Donner l'expression complexe de la similitude directe f de centre A qui transforme B en C.

c)Déterminer le rapport et un angle de f

d) Donner l'expression complexe de $f\circ f$ et caractériser cette composée.

3) Dans la suite de l'exercice on considère les points M_n tels que $M_0=B(1;4)$ et pour tout entier $n\in\mathbb{N}$ on pose $M_{n+1}=f(M_n)$. On note z_n l'affixe du point M_n.

a) Calculer z_1 et reconnaitre M_1.

b) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$ on a : $z_n=1+i-\frac{9}{2}\left(\frac{-2i}{3}\right)^{n+1}$.

c) Démontrer que tous les points M_n sont situés sur l'une ou l'autre de deux droites que l'on précisera.

d) Démontrer que le triangle $M_{n-1}M_nM_{n+1}$ est rectangle pour tout $n\geq 1$.En déduire un programme de construction géométrique du point M_{n+1} à partir de M_n et M_{n-1} pour tout $n\geq 1$.

e) Sans calculer les affixes, placer les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 sur la figure.

.

Fin.