ECOLES PRIVEES
ELMAARIF- ERRAJA

مدارس
الرجاء والمعارف الحرة

Classes :7D	Devoir de Mathématiques	Durée : 3H	11/11/2018

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie du candidat.

Exercice 1 (3 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

N°	Questions	Réponses			
		A	B	C	D
1	La forme algébrique de $\dfrac{2+5i}{3-2i}$ est	$2+5i$	$\dfrac{-4}{13}+\dfrac{19}{13}i$	$\dfrac{16}{13}+\dfrac{19}{13}i$	$\dfrac{6}{5}+2i$
2	Le module de $\dfrac{\left(2-2i\sqrt{3}\right)^2}{(1+i)(2i)^3}$ est	$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$	$\dfrac{4}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{8}$	$\sqrt{2}$
3	Si $\dfrac{\pi}{4}$ est un argument de z, alors le nombre $z^3e^{i\frac{\pi}{4}}$ est	réel positif	imaginaire pur	réel négatif	d'argument $\dfrac{\pi}{4}$
4	Si $\dfrac{z_A-z_B}{z_A-z_C}=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, alors le triangle *ABC* est :	isocèle et non rectangle	équilatéral	rectangle et isocèle	rectangle et non isocèle
5	L'ensemble des points *M* d'affixe *z* tels que $\left\lvert\dfrac{z-1+2i}{2+3i}\right\rvert=\sqrt{13}$ est :	un cercle	la médiatrice d'un segment	une droite privée d'un point	un cercle privé de deux points
6	Soit $n\in\mathbb{N}$ et $\theta\in\mathbb{R}$. La forme algébrique du nombre $\left(e^{i\theta}\right)^n$ est :	$\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)$	$\cos\left(\theta^n\right)+i\sin\left(\theta^n\right)$	$n\cos\theta+in\sin\theta$	$e^{in\theta}$

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau suivant en choisissant la bonne réponse sans justification.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (6 points)

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-4z+16=0$.

2) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2-4z+4+2i=0$.

3.a) Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres $u=2+2i\sqrt{3}$, $v=1+i$ et $w=\dfrac{2+2i\sqrt{3}}{1+i}$.

b) Ecrire w sous forme algébrique.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

Exercice 3 (9 points)

1) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z)=z^3+(1-i)z^2+(2-6i)z-8$.

a) Déterminer les racines carrées dans $\mathbb{C}$ du nombre $Z=-12+16i$.

b) Calculer $P(2i)$.

c) Déterminer les nombres a et b tels que pour tout z on a: $P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$.

d) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z)=0$.

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Pour tout nombre $z\neq 2i$ on pose : $f(z)=\dfrac{z-1-i}{z-2i}$.

a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=1+i$, $z_B=2i$ et $z_C=-2-2i$

b) Calculer $\dfrac{z_A-z_C}{z_A-z_B}$ et interpréter graphiquement.

c) Déterminer et construire le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

3.a) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)|=1$.

b) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur.

c) Déterminer et construire Γ_3 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|f(z)-1|=1$.

Bonus (2 points)

4) Justifier les affirmations suivantes :

a) Le nombre $(z_A)^{2018}$ est un imaginaire pur.

b) Le point A appartient à Γ_3.

c) Le triangle ACD est rectangle.

Présentation : 2 points

Fin.