Exercices de révision (1) 7C

(Nombres complexes et géométrie)

Exercice1 (Bac 2013)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. Pour tout nombre complexe z on pose :

$P(z)=z^3-(9-i)z^2+(28-5i)z-32+4i$.

1.a) Calculer $P(4)$.

b) Déterminer deux nombres a et b tels que pour tout nombre complexe z on a :

$P(z)=(z-4)(z^2+az+b)$. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(z)=0$.

2) On considère les points A, B et C images des solutions de l'équation $P(z)=0$ tels que $z_A=4$, $\operatorname{Im} z_B>0$ et $\operatorname{Im} z_C<0$.

a) Donner l'expression complexe de la similitude directe s de centre C qui transforme A en B. Déterminer le rapport et un angle de s.

b) Soit $g=s\circ s$. Pour tout point $M(x,y)$ on note $g(M)=M'$; et $M'(x',y')$. Ecrire x' y' en fonction de x et y.

3) Pour tout nombre complexe z on pose : $Q(z)=z^2-(5-i)z+8-i$.

On note Γ l'ensemble des points M d'affixe z tels que soit imaginaire pur (ou nul).

a) En posant $z=x+iy$, donner une équation cartésienne de Γ et montrer que Γ est une hyperbole de centre $\Omega(\frac{5}{2},-\frac{1}{2})$.

b) Préciser les sommets et les asymptotes de Γ puis la construire.

c) Soit $\Gamma'=g(\Gamma)$. Donner une équation cartésienne et déterminer le centre de Γ'.

d) Construire Γ' sur la figure précédente.

Exercice 2 (Bac 2016)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. Pour tout nombre complexe z on pose :

$P(z)=z^3-(4+8i)z^2+(-14+24i)z+32+4i$.

1.a) Calculer $P(2i)$ et déterminer deux nombres a et b tels que pour tout nombre complexe z on a :

$P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$.

b) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(z)=0$. On note z_1,z_2 et z_3 ses solutions avec $|z_1|<|z_2|<|z_3|$.

c) Soit A, B et C les points d'affixes respectives z_1,z_2 et z_3. Déterminer l'affixe du point G barycentre du système $\{(O,5);(A,-7);(C,4)\}$. Placer A, B ,C et G sur la figure.

2) Pour tout nombre complexe z on pose : $Q(z)=z^2-(4+6i)z-2+16i$.

On note Γ l'ensemble des points M d'affixe z tels que $Q(z)$ soit imaginaire pur (ou nul).

a) En posant $z=x+iy$, donner une équation cartésienne de Γ et montrer que Γ est une conique de centre G.

b) Préciser les sommets et l'excentricité de Γ puis la construire dans le repère précédent.

Exercice 3 (Bac 2012)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1. Pour tout nombre complexe z, on pose : $P(z)=z^3-(4-2i)z^2+(4-6i)z-4+8i$.

a) Calculer $P(-2i)$ et déterminer les nombres a et b tels que pour tout z de $\mathbb{C}$:

$$P(z)=(z+2i)(z^2+az+b)$$

b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $P(z)=0$.

2. Soient A, B et C les images des solutions de l'équation $P(z)=0$ avec $|z_A|<|z_B|<|z_C|$.

a) Placer les points A, B et C.

b) Calculer l'affixe du point G barycentre du système $\{(O;3),(A;-4),(B;1),(C;2)\}$. Vérifier que A est le barycentre du système $\{(O;5),(B;-5),(G;2)\}$.

c) Déterminer et représenter l'ensemble Γ des points M d'affixe z telle que le nombre $\frac{z-1-i}{z+2i}$ soit imaginaire pur.

3. Pour tout point M du plan on pose : $\varphi(M)=3MO^2-4MA^2+MB^2+2MC^2$ et on note Γ_k l'ensemble des points M tels que $\varphi(M)=k$, où k est un réel.

a) Discuter suivant les valeurs de k, la nature de Γ_k. b) Déterminer et construire Γ_{16}.

Exercice 4 (Bac 2009 sc)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. Soit la transformation ponctuelle f_ω qui associe à tout point M du plan d'affixe z le point M' d'affixe z' tel que :

$z'=(\frac{1}{2}+\omega i)z+1-2\omega i, \qquad \omega\in\mathbb{C}$.

1. Reconnaître et caractériser la transformation f_ω pour les valeurs suivantes du nombre complexe ω :

a) $\omega=\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\omega=-\frac{1}{2}i$ c) $\omega=1+\frac{1}{2}i$ d) $\omega=2i$.

2. Dans la suite de l'exercice on considère $\omega\in\mathbb{R}$ et on pose $\theta=\arg(\frac{1}{2}+\omega i)$ avec $\theta\in\,]-\pi;\pi]$. On considère les points $A(2;0)$ et $M_0(3;0)$. Pour tout $n\in\mathbb{N}$ on pose : $M_{n+1}=f_\omega(M_n)$ et on désigne z_n l'affixe de M_n.

a) Vérifier que $z_1=\frac{5}{2}+\omega i$ puis calculer z_2 en fonction de ω.

b) Prouver que pour tout $n\in\mathbb{N}$ on a : $z_n=2+\left(\frac{1}{2\cos\theta}\right)^n e^{in\theta}$.

c) Pour tout $n\in\mathbb{N}$ on pose : $V_n=|z_n-2|$. Montrer que la suite (V_n) est géométrique puis déterminer les valeurs de θ pour lesquelles la suite (V_n) est convergente.

d) Pour tout $n\in\mathbb{N}$ on pose : $d_n=\left\|\overrightarrow{M_nM_{n+1}}\right\|$. Montrer que $d_n=V_{n+1}$ puis calculer, en fonction de n la somme $S_n=\sum_{k=0}^{n}d_k$, en donner une interprétation géométrique.

Exercice 5 (Bac 2017)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) a- Soit a un nombre réel, résoudre dans l'ensemble de nombres complexes l'équation d'inconnue z :

$$(1+i)z^2-2(a+1)z-(-1+i)(a^2+1)=0$$

b- Soient f et g les transformations données par leurs expressions complexes $f:z\to z'=1-iz$ et $g:z\to z''=z-i$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des transformations f et g.

Dans le reste de l'exercice on considère les points I, M_1 et M_2 d'affixes respectives $z_0=1-i$, $z_1=1-ia$ et $z_2=a-i$ où $a=e^{i\alpha}$, $\alpha\in\,]0,2\pi[$

2) a- Montrer que le triangle IM_1M_2 est rectangle en I, isocèle et direct.

b- Préciser les lieux géométriques de chacun des points M_1 et M_2 lors que α décrit l'intervalle $]0,\pi[$

c- Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle pour α appartenant à l'intervalle $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

3) Soit M_3 le point d'affixe $z_3=i\sin\alpha+ia$ et soit G l'isobarycentre des points M_1, M_2 et M_3

a- Vérifier que $z_G=\frac{1+\cos\alpha}{3}+i\frac{(-1+2\sin\alpha)}{3}$ puis montrer que, pour $\alpha\in\,]0,\pi[$, le point G appartient à une ellipse Γ dont on donnera une équation.

b- Préciser les sommets et l'excentricité de Γ puis la construire dans le repère précédent.

Exercice 6 (Bac 2014 sc)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC équilatéral direct de centre O et de côté a, $(a > 0)$.
Soient I, J et K les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$
L'objectif de cet exercice est l'étude de quelques propriétés de la configuration précédente.
1.a) Faire une figure illustrant les données précédentes que l'on complétera au fur et à mesure. (On pourra prendre la droite (AB) horizontale)
b) Montrer qu'il existe une unique rotation r_1 qui transforme A en B et C en A.
c) Déterminer un angle de r_1 et préciser son centre.
2) On considère la rotation r_2 de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Déterminer $r_1 o r_2(B)$ et caractériser $r_1 o r_2$.
3)On considère les points D et E symétriques respectifs de I et J par rapport à K.
a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement g qui transforme A en K et J en E.
b) Justifier que g est une symétrie glissante. Déterminer g(D) et donner la forme réduite de g.
3)
a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s_1 qui transforme B en I et C en J.
Déterminer le rapport et un angle de s_1. Justifier que O est le centre de s_1.
On considère les points , $N \in [CA], P \in [AB]$, tels que $BM = CN = AP = x$, $x \in [0,a]$.
4.a) Montrer que le triangle MNP est équilatéral et de centre O.
Soit H le milieu de $[MN]$. Déterminer le lieu géométrique de H lorsque M décrit $[BC]$.
b) A partir d'une position donnée de M sur $[BC]$, montrer qu'il existe une unique similitude directe s_2 qui transforme (A,B,C) en (P,M,N). Préciser son centre.
c) Dans cette question, on veut déterminer, par deux méthodes, la position de M sur $[BC]$ pour laquelle l'aire du triangle MNP est minimale.
Méthode 1 : Préciser la position de M sur $[BC]$ pour laquelle, le quotient $\lambda = \frac{OM}{OB}$ est minimal. En déduire la position cherchée de M
Méthode 2 : Exprimer l'aire f(x) du triangle MNP en fonction de x et a. Dresser le tableau de variation de la fonction f et retrouver le résultat précédent.

Exercice 7 (Bac 2017)

ABCD est un rectangle direct tel que $CB = 2CD$ et soient E, F et O les milieux respectifs des segments $[CB]$, $[AD]$ et $[AE]$. on pose $I = s_B(A)$.
1.a) Faire une figure illustrant les données qu'on complétera au fur et à mesure. On prendra (AB) horizontale.
b) Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme A vers E et E vers D. Préciser le centre et un angle de r.
a) On pose $f = s_{DE} \circ s_{BF} \circ s_{AE}$ déterminer f(A) et f(B) puis montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera la forme réduite.
2.a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s qui transforme O vers E et E vers B, déterminer le rapport et un angle de s.
b) Soit Ω le centre de s, montrer que Ω appartient aux cercles Γ_1 et Γ_2 de diamètres respectifs $[EF]$ et $[EI]$, construire Ω.
1) Soit M un point de Γ_1 différent de Ω et $M' = s(M)$
a) Soient J et K les milieux respectifs de $[EF]$ et $[EI]$. Montrer que $s(J) = K$. En déduire que $s(\Gamma_1) = \Gamma_2$
b) Montrer alors que la droite (MM') passe par un point fixe à préciser.
c) En déduire une construction de M' à partir d'une position donnée de M.
2) Soit (P) la parabole de directrice (AD) et de foyer E.
a) Déterminer le sommet de (P).
b) Montrer que (P) passe par B et C.
c) Déterminer les tangentes à (P) aux points B et C.
d) Montrer que (P) est la seule parabole de directrice (AD) passant par C et B.

www.maurimath.net

Exercice 8 (Bac 2017)

ABC est un triangle équilatéral direct de coté 4 cm, et de cercle circonscrit Γ, les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$. On pose $A' = s_B(A)$.

1) a- Faire une figure illustrant les données que l'on complétera au fur et à mesure. On prendra (AB) horizontale.

b- Montrer qu'il existe un unique antidéplacement g vérifiant $g(B) = A$ et $g(A') = B$. Vérifier que g est une symétrie glissante et donner sa forme réduite.

c- Soit r la rotation qui transforme C en B et J en K. Déterminer un angle et le centre de r.

2) Soit s la similitude directe qui transforme A en B et C en I, et on pose $h = s \circ r$

a- Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de s.

b- Soit Ω le centre de s. Montrer que $\Omega \in \Gamma$ et que les points Ω, A et I sont alignés. Placer alors Ω.

c- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h.

3) Soit M un point de Γ distinct de Ω, on pose $M' = s(M)$ et $M_1 = r(M)$

a- Montrer que le triangle $\Omega MM'$ est rectangle.

b- Montrer que la droite (MM') passe par un point fixe que l'on déterminera.

c- Montrer que les points M_1, M et M' sont alignés.

4) On pose $M_0 = A$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $M_{n+1} = s(M_n)$

a- Déterminer M_1 et construire M_2.

Vérifier que $M_{2017} \in (\Omega B)$

Exercice 9 (Bac 2012)

Dans le plan orienté on considère un carré direct ABCD de coté a, $(a > 0)$.

Soient E et F les symétriques respectifs des points C et B par rapport à (AD). Soit G le point tel que le triangle DBG soit équilatéral direct. Soient I et J les milieux respectifs des segments $[DB]$ et $[DF]$.

1.a) Faire une figure illustrant les données précédentes que l'on complétera au fur et à mesure.

b) Montrer qu'il existe une unique rotation r_1 qui transforme D en G et F en B. Préciser l'angle et le centre de r_1.

c) Soit la rotation r_2 qui transforme G en E et B en A. Préciser l'angle et le centre de r_2.

d) On pose $r = r_2 \circ r_1$. Déterminer $r(D)$ et $r(F)$. Caractériser r.

2. On considère l'homothétie h de centre B et de rapport $k = \frac{1}{2}$. On note $s = h \circ r$.

a) Montrer que s est une similitude directe. Préciser le rapport et un angle de s.

b) Soit Ω le centre de s. Montrer que Ω appartient à deux cercles Γ_1 et Γ_2 que l'on déterminera.

c) Déterminer deux réels α et β tels que Ω soit le barycentre du système $\{(E,\alpha);(I,\beta)\}$. Placer Ω sur la figure.

3. On considère l'ensemble Γ des points M du plan tels que $MA + ME = 2a$ où a est la longueur du coté du carré ABCD.

a) Montrer que Γ est une ellipse passant par D.

b) Préciser les sommets, les longueurs des axes de Γ et calculer son excentricité e.

c) Déterminer $\Gamma' = s(\Gamma)$ puis construire Γ et Γ'.

Exercice 10 (Bac 2015 sc)

Dans le plan orienté on considère un triangle équilatéral direct ABC de centre O et de coté a, $(a > 0)$. Soient I, J et K les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

1.a) Faire une figure illustrant les données précédentes (on prendra (AB) horizontale).

b) Montrer qu'il existe une unique rotation r_1 qui transforme B en C et J en K. Préciser le centre et un angle de r_1.

c) Soit la rotation r_2 qui transforme B en C et K en J. Préciser le centre et un angle de r_2.
2.a) Soit $f = r_1 \circ r_2$ et $g = r_2 \circ r_1$. Caractériser f et g.
b) Montrer que $g \circ f = t_{\overrightarrow{BC}}$ où $t_{\overrightarrow{BC}}$ est la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.
c) Pour tout point M du plan on note $f(M) = M_1$ et $g(M) = M_2$. Montrer que les quadrilatères MBM_1A et MCM_2A sont des parallélogrammes.
3.a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s qui transforme B en I et C en J. Déterminer l'angle et le rapport de s.
b) Déterminer $s(A)$ et $s(O)$.
c) Caractériser la composée $h = r_1 \circ s$.
4) Soit Γ l'ellipse de foyers I et J passant par C.
a) Montrer que $K \in \Gamma$.
b) Construire les sommets de Γ. Justifier la construction.

Exercice 11 (Bac 2013)

Dans le plan orienté, on considère le carré direct $ABCD$ de centre O et de coté a $(a > 0)$.
I, J, K et L les milieux respectifs des cotés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.
1.a) Faire une figure illustrant les données précédentes que l'on complétera au fur et à mesure.
b) Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme C en O et K en I.
c) Déterminer un angle et le centre de cette rotation.
2) Soit $f = S_{IJ} \circ S_{JO} \circ S_{OK}$.
a) Vérifier que $f = r \circ S_{OK}$ et déterminer $f(D)$, $f(K)$ et $f(O)$.
b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f et donner sa forme réduite.
3.a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s_1 qui transforme B en I et L en A.

b) Déterminer le rapport λ_1 de s_1.
c) Soit α une mesure de l'angle de s_1. Montrer que $\cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
d) Soit P le centre de s_1. Montrer que le point P est situé sur les cercles circonscrits aux triangles BEI et BAL. Préciser P et le placer sur la figure.
e) Montrer que $(\overrightarrow{PI}, \overrightarrow{PA}) = \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$. En déduire que les points A,P et E sont alignés.
4) Soit s_2 la similitude directe de centre B qui transforme C en L. On note Q le centre de s_2 et β une mesure de son angle. Soit $g = s_1 \circ s_2$.
a) Justifier que g est une similitude directe et déterminer $g(B)$ et $g(C)$.
c) Montrer que $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ $[2\pi]$. En déduire que le centre Q de g est situé sur deux cercles que l'on déterminera. Placer Q sur la figure.
d) Justifier que $g(O) = P$. En déduire la construction de l'image du carré ABCD par g.
5) Dans cette question, M est un point variable du cercle Γ de diamètre $[AC]$.
On note $g(M) = M'$.
a) Déterminer le lieu géométrique Γ' du point M' lorsque M décrit Γ.
b) Montrer que pour tout point M de Γ distinct de Q, la droite (MM') passe par un point fixe que l'on déterminera.

Exercice 12 (Bac)

Dans le plan orienté, on considère le carré direct $ABCD$ de centre O et de coté a $(a > 0)$.
I, J, K et L les milieux respectifs des cotés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.
1.a) Faire une figure illustrant les données précédentes que l'on complétera au fur et à mesure.

b) Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme C en O et K en I.

c) Déterminer un angle et le centre de cette rotation.

2) Soit $f = S_{IJ} \circ S_{JO} \circ S_{OK}$.

a) Vérifier que $f = r \circ S_{OK}$ et déterminer $f(D)$, $f(K)$ et $f(O)$.

b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de la transformation f et donner sa forme réduite.

3.a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s_1 qui transforme B en I et L en A.

b) Déterminer le rapport λ_1 de s_1.

c) Soit α une mesure de l'angle de s_1. Montrer que $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Soit P le centre de s_1. Montrer que le point P est situé sur les cercles circonscrits aux triangles BEI et BAL. Préciser P et le placer sur la figure.

e) Montrer que $(\overrightarrow{PI}, \overrightarrow{PA}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. En déduire que les points A,P et E sont alignés.

4) Soit s_2 la similitude directe de centre B qui transforme C en L . On note Q le centre de s_2 et β une mesure de son angle . Soit $g = s_1 \circ s_2$.

a) Justifier que g est une similitude directe et déterminer $g(B)$ et $g(C)$.

c) Montrer que $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ $[2\pi]$. En déduire que le centre Q de g est situé sur deux cercles que l'on déterminera. Placer Q sur la figure.

d) Justifier que $g(O) = P$. En déduire la construction de l'image du carré ABCD par g .

5) Dans cette question, M est un point variable du cercle Γ de diamètre $[AC]$. On note $g(M) = M'$.

a) Déterminer le lieu géométrique Γ' du point M' lorsque M décrit Γ.

b) Montrer que pour tout point M de Γ distinct de Q , la droite (MM') passe par un point fixe que l'on déterminera.

Exercice 13 (Bac 2007 sc)

Dans le plan orienté P, on considère le carré direct $ABCD$ de centre O et de coté a $(a > 0)$.
On note E le symétrique de C par rapport à D.

1.a) Construire le carré puis déterminer l'ensemble des points M du plan P Dans chacun des cas suivants :

$$M \in \Gamma_1 \Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = a$$

$$M \in \Gamma_2 \Leftrightarrow MA^2 - MB^2 + MC^2 = a^2$$

$$M \in \Gamma_3 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}).(2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$$

$$M \in \Gamma_4 \Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{ME}\right\| = \left\|\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}\right\|$$

b) Quel constat peut on faire à propos de ces quatre ensembles.

2. Pour tout réel k , on définit l'application f_k du plan P dans lui-même qui à tout point M du plan associe le point M' tel que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + (1-k)\overrightarrow{MC}$.

a) Pour quelles valeurs de k , l'application f_k est une translation? Déterminer alors son vecteur.

b) On suppose que $k \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$. Montrer que f_k admet un unique point invariant Ω_k. Reconnaître alors f_k et donner ces éléments caractéristiques.

c) Déterminer et construire le lieu géométrique des points Ω_k lorsque k décrit $\mathbb{R}^* \setminus \{1\}$.

d) Pour $k = \frac{1}{2}$; déterminer et construire le lieu géométrique du point G centre de gravité du triangle DMM' lorsque M décrit le cercle Γ de diamètre $[CE]$.

Exercice 14 (Bac 2007 sc)

Dans le plan orienté, on considère le carré direct $ABCD$ de centre O et de coté a ($a > 0$). I, J, K et L les milieux respectifs des cotés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

1.a) Faire une figure (On pourra prendre (AB) horizontale).

b) Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme A en O et I en K.

c) Déterminer l'angle et le centre de cette rotation.

2.a) Vérifier que $r = S_{(OJ)} \circ S_{(LI)} = S_{(DA)} \circ S_{(LK)}$.

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g telle que : $g = S_{(OJ)} \circ S_{(LI)} \circ S_{(LK)}$.

3.a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s_1 qui transforme O en I et C en B

b) Déterminer le rapport et l'angle de s_1.

c) Vérifier que : $s_1(A) = A$.

4. Soit s_2 la similitude directe qui transforme A en O et B en D.

a) Déterminer le rapport et l'angle de s_2.

b) Montrer que le centre T de s_2, appartient au cercle (C_1) de centre C et de rayon CD et au cercle (C_2) de diamètre $[AB]$. Placer T.

5. On pose $h = s_2 \circ s_1^{-1}$; pour tout point M du plan on pose $s_1(M) = M'$ et $s_2(M) = M''$.

a) En utilisant h, montrer que le milieu F du segment $[M'M'']$ est un point fixe que l'on déterminera. En déduire que le quadrilatère $AM'OM''$ est un parallélogramme.

b) Montrer que $s_2(O) = L$.

c) En déduire que les points A, F, T et L sont cocycliques.

6.a) Déterminer la position des points M' et M'' dans chacun des cas suivants:
$M = A$, $M = F$, $M = T$ et $M = L$.

b) On suppose que M est distinct des points A, L, F et T.

Montrer que $(\overrightarrow{MM'}, \overrightarrow{MF}) = \frac{-\pi}{4} + (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MF})[\pi]$.

c) En déduire l'ensemble Γ des points M du plan tels que les points M, M' et M'' soient alignés. Tracer Γ.