République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale et de la Réforme du Système Educatif
Direction des Examens et des Concours

BACCALAUREAT 2024
Session Normale
Epreuve : MATHEMATIQUES

Série : M & TMGM
Coefficient : 9 & 6
Durée : 4h

Exercice 1 (3 points)

On considère l'équation $(E): \quad 104x-17y=278$ d'inconnu le couple (x,y), x et y étant des entiers.

1. a) Justifier que l'équation (E) admet des solutions	0.5pt
b) Vérifier que le couple $(3,2)$ est solution de (E) puis résoudre (E).	0.75pt
2. Soit p un entier naturel qui s'écrit $\overline{1ab1b}$ en base 6 et $\overline{1aabb0}$ en base 4.	
a) Montrer que le couple (a,b) est solution de (E).	0.5pt
b) Déterminer a et b puis écrire p en base 10.	0.75pt
3. Soit (x,y) une solution de (E). Montrer que $x\equiv 3[17]$ puis en déduire que $x^{2024}+1\equiv 0[17]$	0.5pt

Exercice 2 (3 points)

Pour tout entier naturel n, on pose $I_n=\int_{e^{-1}}^{1} x(1+\ln x)^n dx$ et $u_n=\dfrac{(-2)^n}{n!}I_n$

1. Montrer que la suite (I_n) est décroissante et positive.	1pt
2. Montrer que $\forall n\geq 0;\ 2I_{n+1}+(n+1)I_n=1$. Déduire que $\forall n\geq 0;\ \dfrac{1}{n+3}\leq I_n\leq \dfrac{1}{n+1}$	0.75pt
3. a) Montrer que $u_n=u_{n+1}+\dfrac{(-2)^n}{(n+1)!};\ \forall n\geq 0$	0.5pt
b) Vérifier que $\forall n\geq 3,\quad \left\lvert\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\right\rvert\leq\dfrac{1}{2}$ puis en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.	0. 5pt
c) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}\sum\limits_{p=0}^{n}\dfrac{(-2)^p}{(p+1)!}$.	0.25pt

Exercice 3 (5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Pour tout nombre complexe z on pose $P(z)=z^3-(2+2i)z^2+11z+38+8i$.

1.a) Calculer $P(-2)$ puis déterminer les complexes a et b tels que $P(z)=(z+2)(z^2+az+b)$	1pt
b) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z)=0$. On note z_1, z_2 et z_3 les solutions de cette équation avec $\mathrm{Im}(z_1)>\mathrm{Im}(z_2)>\mathrm{Im}(z_3)$	1pt
2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3.	
a) Placer les points A, B et C.	0.75pt
b) Montrer que le point D d'affixe 6 est le barycentre de $\{(A,3);(B,-4);(C,5)\}$.	0.5pt
3. On définit l'ellipse E, dont A et B sont deux sommets et dont C est un foyer.	
a) Reconnaitre l'axe focal de E et en déduire que D est un 3ᵉ sommet de E.	0.5pt
b) Préciser le centre et le 4ᵉ sommet de E.	0.5pt
c) Justifier que $\dfrac{(x-2)^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$ est une équation de E, puis construire E.	0.75pt

Exercice 4 (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x}{e^{2x}-x}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1.a) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Interpréter graphiquement. **0,5pt**

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$. Interpréter graphiquement. **0,5pt**

c) Dresser le tableau de variation de f. **0,5pt**

2. Soit h la restriction de f sur $I=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$.

a) Montrer que h réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer. **0,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de h^{-1} (h^{-1} étant la réciproque de h). **0,5pt**

3.a) Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 0. **0,5pt**

b) Construire la courbe (C) et la courbe (C') de h^{-1} dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ **0,5pt**

4) Soit A l'aire de la partie du plan délimitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\frac{1}{2}$ et $x=1$. Montrer que $\frac{1}{2e^2-2}\le A\le\frac{1}{4e-2}$. **0,5pt**

Exercice 5 (5 points)

ABC est un triangle isocèle en A tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\frac{2\pi}{3}[2\pi]$, I est le milieu de $[BC]$ et $D=S_I(A)$. Soient J, K, L les milieux respectifs de $[DC]$, $[CA]$, $[DJ]$ et soit Γ le cercle circonscrit au triangle ADC.

1° Faire une figure. **1pt**

2°a) Montrer qu'il existe un unique déplacement r tel que $r(C)=D$ et $r(K)=I$. **0,5pt**

b) Vérifier que r est une rotation puis déterminer son angle et son centre. **1pt**

3° Soit f l'isométrie plane telle que $f(C)=A$, $f(A)=D$ et $f(D)=B$

a) Montrer que f est un antidéplacement. **0,5pt**

b) Justifier que f est une symétrie glissante puis donner sa forme réduite. **0,5pt**

4° Soit s la similitude directe qui transforme A en D et C en J.

a) Déterminer le rapport et un angle de s. **0,5pt**

b) Montrer que le centre Ω de s appartient à Γ. **0,25pt**

c) Déterminer $s(K)$ puis en déduire que Ω, C, K et L sont cocycliques. **0,5pt**

d) Soit M un point de Γ diffèrent de Ω, et $M'=s(M)$, montrer que la droite (MM') passe par un point fixe à préciser. **0,25pt**

Fin.