Exercice 1 (3 points)

Une étude statistique a montré que, parmi les personnes consultées dans un centre médical, 8% sont atteintes de la grippe, 10% présentes les symptômes de la grippe et que parmi les personnes atteintes de la grippe 80 % en présentent les symptômes.

On choisit, au hasard, une personne consultée et on considère les événements :

G : « La personne est atteinte de la grippe » ; S : « La personne présente les symptômes de la grippe».

Pour chacune des questions suivantes, une et une seule des réponses proposées est correcte.

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $P(G)$ est	0,08	0,1	0,2	0,5pt
2	La probabilité $P_G(S)$ est	0,1	0,8	0,9	0,5pt
3	La probabilité $P(G\cap S)$ est	$0,64$	$0,08$	$0,064$	0,5pt
4	La probabilité $P(G\cap \overline{S})$ est	$0,012$	$0,016$	$0,018$	0,5pt
5	La probabilité $P(G\cup S)$ est	0,112	0,116	0,118	0,5pt
6	La probabilité $P_G(\overline{S})$ est	$0,2$	$0,4$	$0,6$	0,5pt

Recopier sur la feuille de réponse et compléter le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (2 points)

A l'instant $t=0$, on injecte à un patient, par voie intraveineuse, une dose d'un médicament. La concentration du médicament dans le sang $Q(t)$ est mesurée en mg/l et le temps t est en heures. On suppose que $Q(t)$ vérifie l'équation différentielle $(E): y'(t)+0,4y(t)=0$ avec $Q(0)=2$. Le médicament devient inefficace si $Q(t)\leq 0,1$

1. Montrer que la solution générale de l'équation (E) est de la forme $y(t)=Ae^{-0,4t}$, $A\in\mathbb{R}$ 0.5pt

2. En déduire que l'expression de la concentration du médicament est $Q(t)=2e^{-0,4t}$. 0.5pt

3. Déterminer la concentration du médicament, en mg/l, au bout de 5 heures. 0.5pt

4. Déterminer le temps nécessaire t pour que le médicament devienne inefficace. 0.5pt

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-3+\frac{1}{2}e^{x}$.

On note Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Justifier que $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. 1 pt

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. 0,75pt

c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-(x-3))$ et en déduire que la droite D d'équation $y=x-3$ est une asymptote oblique à Γ. Déterminer la position relative de D et Γ. 1 pt

2) Calculer $f'(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, et dresser le tableau de variations de f. 1 pt

3.a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ et que $1,2<\alpha<1,3$ 0,5pt

b) Construire D et Γ dans le repère précédent. 0,75pt

<u>Exercice 4</u> : (5 points)

1. On considère le polynôme P défini pour tout nombre complexe z par :

$$P(z) = z^3 - (5+4i)z^2 + (1+16i)z + 3 - 12i$$

a) Calculer $P(1)$ et déterminer les nombres a et b tels que $\forall z \in \mathbb{C},\ P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$.	**1 pt**
b) Ecrire le nombre complexe $(4-2i)^2$ sous forme algébrique.	**0,5pt**
c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.	**0,5pt**
2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.	
a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3i$, $z_B = 1$ et $z_C = 4+i$.	**0,75pt**
b) Soit I le milieu du segment $[AC]$. Placer I et donner son affixe z_I sous forme algébrique et trigonométrique.	**0,75pt**
c) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $\left\|z_I^n\right\| \geq 2024$.	**0,25pt**
3. Pour tout nombre complexe $z \neq 4+i$, on pose : $f(z) = \dfrac{z-3i}{z-4-i}$.	
a) Vérifier que $f(z_B) = i$ et en déduire la nature du triangle ABC.	**0,75pt**
b) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M, d'affixe z, tels que $\left\|f(z)\right\| = 1$.	**0,5pt**

<u>Exercice 5</u> : (5 points)

I. Soit u la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $u(x) = 2x - 1 - \ln x$.	
1. Etudier les variations de u.	**0,75pt**
2. En déduire que $u(x)$ est positive sur $]0;+\infty[$.	**0, 25pt**
II. On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x) = \begin{cases} x^2 - 2 - x\ln x, & \text{si } x > 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$	
et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.	
1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$. En déduire que g est continue à droite de $x_0 = 0$.	**0,75pt**
b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{g(x)-g(0)}{x} = +\infty$ et interpréter graphiquement.	**0,5pt**
c) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{g(x)}{x} = +\infty$ et interpréter graphiquement.	**0,75pt**
2.a) Montrer que $g'(x) = u(x),\quad \forall x \in]0;+\infty[$. où u est la fonction définie dans la partie I. Dresser le tableau de variation de g.	**0, 5pt**
b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 1$.	**0,25pt**
c) Montrer que la courbe (C) coupe l'axe (Ox) en un seul point A dont l'abscisse α est telle que $1,7 < \alpha < 1,8$.	**0,5pt**
d) Vérifier que la courbe (C) admet un point d'inflexion B et déterminer ses coordonnées.	**0,25pt**
3. Construire la courbe (C) et la tangente (T) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.	**0,5pt**

Fin.