Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ de l'espace, on considère pour tout réel m, le plan P_m d'équation

$$\frac{1}{4}m^2x + (m-1)y + \frac{1}{2}mz - 3 = 0.$$

1) Pour quelle(s) valeur(s) de m le point $A(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$ appartient-il au plan P_m ?

2) Montrer que les plans P_1 et P_{-4} sont sécants selon la droite (d) de représentation paramétrique

$$(d)\ \begin{cases} x = 12 - 2t \\ y = 9 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

3) a) Montrer que l'intersection entre P_0 et (d) est un point noté B dont on déterminera les coordonnées.

b) Justifier que pour tout réel m, le point B appartient au plan P_m.

c) Montrer que le point B est l'unique point appartenant à P_m pour tout réel m.

4) Dans cette question, on considère deux entiers relatifs m et m' tels que

$$-10 \leqslant m \leqslant 10 \quad \text{et} \quad -10 \leqslant m' \leqslant 10.$$

On souhaite déterminer les valeurs de m et de m' pour lesquelles P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires.

a) Vérifier que P_1 et P_{-4} sont perpendiculaires.

b) Montrer que les plans P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires si et seulement si

$$\left(\frac{mm'}{4}\right)^2 + (m-1)(m'-1) + \frac{mm'}{4} = 0.$$

EXERCICE 2 (4 points) (commun à tous les candidats)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on donne les points :

$$A(1\ ;\ 2\ ;\ 3),\ B(3\ ;\ 0\ ;\ 1),\ C(-1\ ;\ 0\ ;\ 1),\ D(2\ ;\ 1\ ;\ -1),\ E(-1\ ;\ -2\ ;\ 3) \text{ et } F(-2\ ;\ -3\ ,\ 4).$$

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1 : Les trois points A, B, et C sont alignés.

Affirmation 2 : Le vecteur $\vec{n}(0\ ;\ 1\ ;\ -1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Affirmation 3 : La droite (EF) et le plan (ABC) sont sécants et leur point d'intersection est le milieu du segment $[BC]$.

Affirmation 4 : Les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

EXERCICE 2 (4 points) (commun à tous les candidats)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. L'absence de réponse n'est pas pénalisée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. Les points A, B, C sont définis par leurs coordonnées :

$$A(3,-1,4), \quad B(-1,2,-3), \quad C(4,-1,2).$$

Le plan $\mathscr{P}$ a pour équation cartésienne : $2x-3y+2z-7=0$.

La droite Δ a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=4-t \\ z=-8+2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

Affirmation 1 : Les droites Δ et (AC) sont orthogonales.

Affirmation 2 : Les points A, B et C déterminent un plan et ce plan a pour équation cartésienne $2x+5y+z-5=0$.

Affirmation 3 : Tous les points dont les coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ sont données par
$\begin{cases} x=1+s-2s' \\ y=1-2s+s' \\ z=1-4s+2s' \end{cases}$, $s \in \mathbb{R}$, $s' \in \mathbb{R}$, appartiennent au plan $\mathscr{P}$.

Affirmation 4 : Il existe un plan parallèle au plan $\mathscr{P}$ qui contient la droite Δ.

EXERCICE 3 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

- les points $\mathrm{A}(0,1,-1)$ et $\mathrm{B}(-2,2,-1)$.
- la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

2) a) Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas parallèles.

b) Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas sécantes.

Dans la suite la lettre u désigne un nombre réel.
On considère le point M de la droite $\mathscr{D}$ de coordonnées $(-2+u, 1+u, -1-u)$.

3) Vérifier que le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x+y-z-3u=0$ est orthogonal à la droite $\mathscr{D}$ et passe par le point M.

4) Montrer que le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont sécants en un point N de coordonnées $(-4+6u, 3-3u, -1)$.

5) a) Montrer que la droite (MN) est perpendiculaire à la droite $\mathscr{D}$.